

Ασκήσεις 1^ο Κεφαλαίου

(1) Σε ένα συμβόλαιο ασφάλισης κινδύνου X η μέγιστη τιμή ασφαλίστρου P^+ που δέχεται να καταβάλει ο ασφαλιζόμενος συμπίπτει με την ελάχιστη τιμή ασφαλίστρου P^- που μπορεί να δεχτεί ο ασφαλιστής προκειμένου να ασφαλίσει τον κίνδυνο αυτό. Δίνεται ότι η περιουσία w του ασφαλιζόμενου είναι ίση με 1, ότι η συνάρτηση ωφέλειάς του u δίνεται από την $u(x) := \sqrt{x}$, καθώς και ότι ο κίνδυνος X είναι ομοιόμορφα κατανομημένος στο $[0, w]$. Εάν η συνάρτηση ωφέλειας $U(x)$ του ασφαλιστή είναι η εκθετική, δηλ. $U(x) = \alpha e^{-\alpha x}$, $\alpha > 0$, να βρεθεί ο συντελεστής αποστροφής κινδύνου του ασφαλιστή. (Υπόδ. Προκύπτει μια μη γραμμική εξίσωση η οποία επιδέχεται μόνο αριθμητική λύση).

(2) Κάποιος διαθέτει περιουσία w και συνάρτηση ωφέλειας \sqrt{x} . Να βρεθεί το μέγιστο ασφαλιστήριο P^+ που είναι διατεθειμένος να καταβάλει αν αντιμετωπίζει κίνδυνο X ομοιόμορφα κατανομημένος στο $[0, w]$. Αν αυτός ήταν ασφαλιστής με ίδια συνάρτηση ωφέλειας και ίδιο αρχικό πλούτο (περιουσία), ποιο θα ήταν το ελάχιστο ασφαλιστήριο P^- που θα ήταν διατεθειμένος να δεχθεί προκειμένου να ασφαλίσει τον ίδιο κίνδυνο; ((Υπόδ. Στο α' ερώτημα η απάντηση βρίσκεται άμεσα. Στο β' ερώτημα και πάλι προκύπτει μια μη γραμμική εξίσωση, η οποία επιδέχεται μόνο αριθμητική λύση).

(3) Να δειχθεί ότι για την εκθετική συνάρτηση ωφέλειας, $P^+ = \frac{1}{\alpha} \log(m_X(\alpha))$.

(4) Να δειχθεί ότι για την εκθετική συνάρτηση ωφέλειας, η ελάχιστη τιμή ασφαλίστρου P^- που μπορεί να δεχτεί ο ασφαλιστής προκειμένου να ασφαλίσει ένα κίνδυνο X συγκλίνει στο net premium (δηλ. στην $E[X]$) όταν ο συντελεστής αποστροφής κινδύνου συγκλίνει στο 0.

Ασκήσεις από το βιβλίο

Θυμηθείτε ότι υπάρχουν υποδείξεις και απαντήσεις στο τέλος.

Section 1.2: Άσκηση 6, Άσκηση 7.

Section 1.3: Άσκηση 5, Άσκηση 6, Άσκηση 13.

Section 1.4: Άσκηση 1, Άσκηση 2, Άσκηση 6.