<u>Ασκήσεις 3ου Κεφαλαίου</u>

Section 3.2: Ασκήσεις 1 (μόνο για Poisson και Διωνυμική), 3, 4, 6.

Επίσης, να γίνει η εξής **εκδοχή της Άσκησης 7** που αναφέρεται στο παράδειγμα 3.2.3 του βιβλίου: Θεωρούμε συλλογικό πρότυπο στο οποίο η κατανομή των αιτήσεων αποζημίωσης (claims) είναι εκθετική με παράμετρο 1, πράγμα που αυτόματα σημαίνει ότι $\sum_{i=1}^{N} X_i \mid N = n \sim G(n,1)$, δηλαδή η κατανομή της τ.μ. $S_N \mid N = n$ είναι γνωστή για $n > 0$. Να ορίσετε $I_{n-1}(x) := 1 - P(S_N \le x \mid N = n)$ και στη συνέχεια να δείξετε ότι (α) $I_n(x) = \frac{1}{n!}\int_x^{\infty} y^n e^{-y} dy$, και (β) $I_n(x) = \frac{1}{n!} x^n e^{-x} + I_{n-1}(x)$ (το (β) προκύπτει ολοκληρώνοντας κατά μέρη). Κατόπιν, δουλεύοντας αναδρομικά, να συμπεράνετε ότι $I_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} x^k e^{-x}$. Από τη σχέση αυτή να εξηγήσετε γιατί προκύπτει ότι η συνάρτηση κατανομής $F(x) := P(S_N \le x)$ της συνολικής αποζημίωσης $S_N := \sum_{i=1}^{N} X_i$ που θα καταβάλει ο ασφαλιστής (claims distribution for the collective model) δίνεται από τον τύπο

$$F(x) = \begin{cases} P(N = 0) & \text{if } x = 0 \\ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} x^k e^{-x} & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

Section 3.4: Ασκήσεις 2, 3, 6.

Section 3.8: Άσκηση 4 χωρίς το υπολογιστικό μέρος στο τέλος.