Τυπολόγιο

Αρχή της μέγιστης απώλειας

$$\pi_p(X) = pE(X) + (1-p)\xi$$

$\xi :=$ sup των τιμών που μπορεί να πάρει η X, αν αυτό είναι πεπερασμένο. Διαφορετικά,

$$\pi_{p,\varepsilon}(X) = pE(X) + (1-p)\xi_\varepsilon$$

με

$$\xi_\varepsilon = \inf\{x : P(X > x) \le \varepsilon\}$$

Αρχή της διασποράς

$$\pi_a(X) = E(X) + a\mathrm{Var}(X)$$

Αρχή της ημιδιασποράς

$$\pi_a(X) = E(X) + a\mathrm{Var}_+(X)$$

με $\mathrm{Var}_+(X) = \int_{EX}^{\infty}(x-EX)^2\,dF_X(x)$.

$$u(w-G) = E(u(w-X)) \tag{1}$$

$$u(w) = E(u(w+G-X)) \tag{2}$$

$$u(w+K) = E(u(w+X)) \tag{3}$$

$$u(w) = E(u(w-K+X)) \tag{4}$$

(1), (2): Ασφάλιση απέναντι σε κίνδυνο X. (1) για την τιμή του ασφαλισμένου, (2) για την τιμή του ασφαλιστή.
(3), (4): Πώληση δικαιώματος σε κέρδος X. (3) για την τιμή του πωλητή, (4) για την τιμή του αγοραστή.

Ασφαλιστικό σχήμα $I(x)$. Τιμές ασφαλισμένου και ασφαλιστή.

$$E(u(w-G-(X-I(X)))) = E(u(w-X))$$

$$E\{u(w+G-I(X))\} = u(w)$$

Σημαντικές περιπτώσεις.

Αναλογική ασφάλιση: $I(x) = \lambda x, K(x) = (1-\lambda)x, \lambda \in [0,1]$

Ασφάλιση υπερβάλλοντος ζημίας: $I(x) = (x-x_0)^+$, $K(x) = \min\{x, x_0\}$, $x_0 \in [0, \xi')$,
με $\xi' :=$ sup των τιμών που μπορεί να πάρει η X.

$$E(X) = E(E(X \mid Y))$$

Με $E(X \mid Y) = m(Y)$ όπου $m(y) = E(X \mid Y = y)$.

Ατομικό πρότυπο

$$S = \sum_{i=1}^{n} I_i X_i$$

Θεώρημα 6.3

$$E(S) = \sum_{i=1}^{n} q_i\mu_i,\ \ \mathrm{Var}(S) = \sum_{i=1}^{n} q_i\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} q_i(1-q_i)\mu_i^2$$

$q_i = P(I_i = 1) = P($η ζημιά i συμβαίνει$), \mu_i = E(X_i), \sigma_i^2 = \mathrm{Var}(X_i)$.

Περιθώριο ασφάλειας θ.

$$a = P(S > (1+\theta)E(S)) = P\left(\frac{S - E(S)}{\sqrt{\mathrm{Var}(S)}} > \theta \frac{E(S)}{\sqrt{\mathrm{Var}(S)}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\theta \frac{E(S)}{\sqrt{\mathrm{Var}(S)}}\right)$$

απο το κεντρικό οριακό θεώρημα.

Συλλογικό πρότυπο

$$S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$$

N τυχαία μεταβλητή με τιμές στο $\{0, 1, 2, \ldots\}$.

$$E(S) = E(X_1)E(N)$$

$$\mathrm{Var}(S) = E(N)\mathrm{Var}(X_1) + (E(X))^2\mathrm{Var}(N)$$

$$M_S(t) := E(e^{tS}) = M_N(\log M_{X_1}(t))$$

Διαδικασία πλεονάσματος

$$U(t) = u + ct - S(t)$$

με

$$c = (1+\theta)mp_1, \ S(t) = X_1 + \cdots + X_{N(t)},$$

$N(t)$ ανέλιξη Poisson με παράμετρο m. Περιθώριο ασφάλειας $\theta > 0$. $p_k = E(X_1^k)$ για κάθε $k \geq 1$.

Συντελεστής προσαρμογής

$$1 + (1+\theta)p_1 r = M_X(r).$$

$$M_X(r) := E(e^{rX}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{E(X^k)}{k!} r^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{p_k}{k!} r^k.$$

Προσέγγιση λύσης κρατώντας τους όρους με $k = 0, 1, 2$.

$$R' = \frac{2p_1}{p_2}\,\theta.$$

Πιθανότητα χρεοκοπίας από αρχική περιουσία u. Θεώρημα 11.3

$$\psi(u) = \frac{1}{E(e^{-RU(T)} \mid T < \infty)}\ e^{-Ru}.$$

R: συντελεστής προσαρμογής,
T: στιγμή χρεοκοπίας.

Πτώση κάτω από την αρχική περιουσία.

$$T' := \inf\{t > 0 : U(t) < u\},$$

$$L_1 := u - U(T') \mid T' < \infty.$$

Πυκνότητα για το γεγονός $\{u - U(T') = x, T' < \infty\}$.

$$P(u - U(T') = x, T' < \infty) = \frac{1}{(1+\theta)p_1}(1 - F(x)).$$

Πυκνότητα της L_1.

$$f_{L_1}(x) = \frac{1 - F(x)}{p_1}\mathbf{1}_{x>0}$$

$F(x) = P(X_1 \leq x)$.