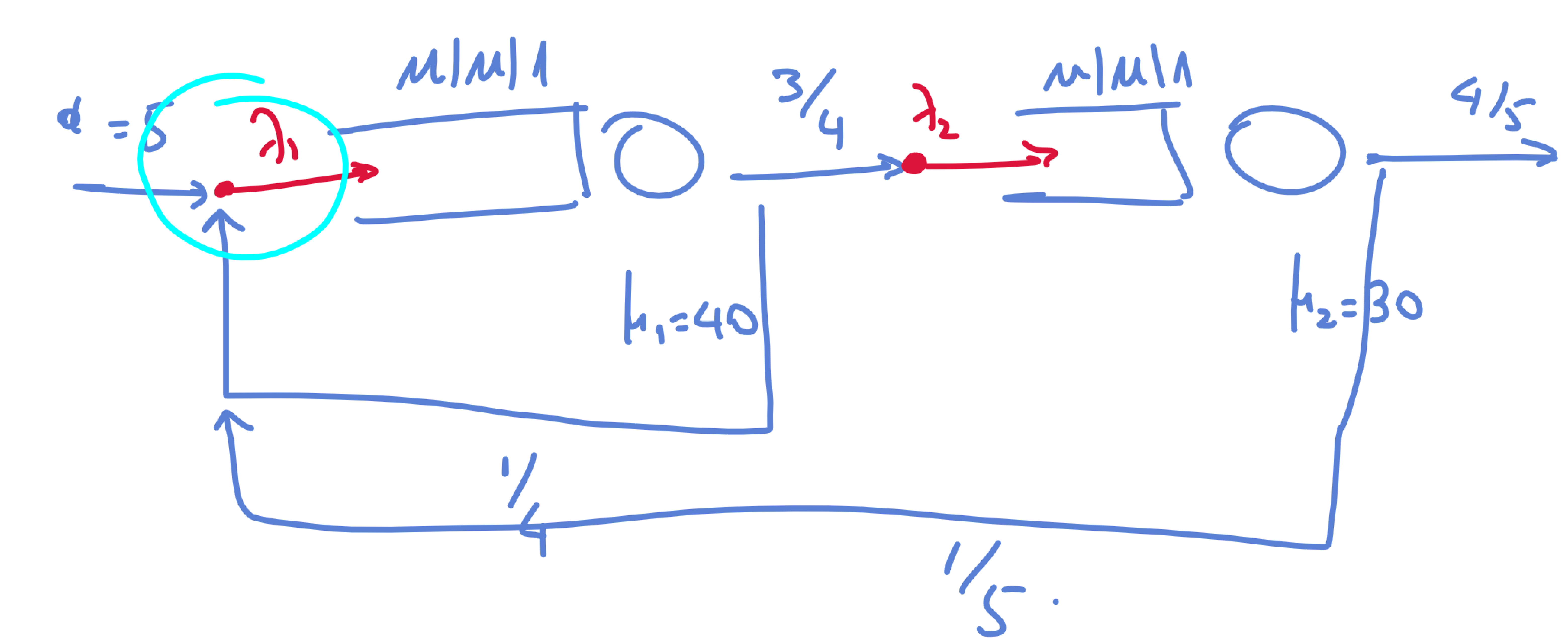
Άσκ. 6 / 2



Δίκτυο Jackson με $m=2$ ουρές M/M/1, λ_i = ρυθμός αφίξεων στο O_i

α) Εξισώσεις κίνησης

$$\lambda_1 = 5 + \frac{1}{4}\lambda_1 + \frac{1}{5}\lambda_2$$
$$\lambda_2 = \frac{3}{4}\lambda_1$$
$$\Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{25}{3}, \quad \lambda_2 = \frac{25}{4}$$

β) $W = T = \frac{L}{\alpha_1}$

O_1: M/M/1 με $\lambda_1 = \frac{25}{3}$ και $\mu_1 = 40$ οπότε $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = \frac{25/3}{40} = \frac{5}{24} < 1$

Επομένως $L_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1-\lambda_1} = \frac{25/3}{40-25/3} = \frac{5}{19}$

O_2: M/M/1 με $\lambda_2 = \frac{25}{4}$ και $\mu_2 = 30$ οπότε $\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{25/4}{30} = \frac{5}{24}$

Επομένως με $L_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2-\lambda_2} = \frac{25/4}{30-25/4} = \frac{5}{19}$

Άρα $L = L_1 + L_2 = \frac{5}{19} + \frac{5}{19} = 10/19 \Rightarrow W = \frac{L}{\alpha_1} = \frac{10/19}{5}$

Φυλ. 6. / 1

$m = 3$ σταθμοί σε σειρά   Χρον. Μονάδα $= 1\,hr$

$\mu_1 = \left(\frac{3}{60}\right)^{-1} = 20$ $\mu_2 = \left(\frac{4}{60}\right)^{-1} = 15$ $\mu_3 = \left(\frac{8}{60}\right)^{-1} = 7.5$

Από κοινό στάσιμη κατανομή

Μέτρα Απόδοσης Δικτύου

Ουρές σε σειρά άρα σε κάθε σύστημα ο ρυθμός αφίξεων $\lambda = 6$

O_1: $M/M/1$ με $\lambda = 6$ και $\mu_1 = 20$ άρα $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} < 1$

ευσταθής άρα $N_1 \sim Geom(\rho_1) \Rightarrow \pi_{n_1} = \frac{7}{10}\left(\frac{3}{10}\right)^{n_1}$, $n_1 \in \mathbb{N}_0$

$L_1 = \frac{\lambda}{\mu_1 - \lambda} = \frac{6}{20-6} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ και $W_1 = \frac{1}{\mu_1 - \lambda} = \frac{1}{14}$

O_2: $M/M/1$ με $\lambda = 6$ και $\mu_2 = 15$ άρα $\rho_2 = \frac{\lambda}{\mu_2} = \frac{6}{15} < 1$

ευσταθής άρα $N_2 \sim Geom(\rho_2) \Rightarrow \pi_{n_2} = \frac{9}{15}\left(\frac{6}{15}\right)^{n_2}$, $n_2 \in \mathbb{N}_0$

$L_2 = \frac{\lambda}{\mu_2 - \lambda} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ και $W_2 = \frac{1}{\mu_2 - \lambda} = \frac{1}{9}$

O_3: $M/M/1$ $\lambda = 6$ και $\mu_3 = \frac{15}{2}$ άρα $\rho_3 = \frac{\lambda}{\mu_3} = \frac{4}{5} < 1$

ευστάθεια άρα $N_3 \sim Geom(\rho_3) \Rightarrow \pi_{n_3} = \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^{n_3}, n_3 \in \mathbb{N}_0$

$$L_3 = \frac{\lambda}{\mu_3 - \lambda} = \frac{6}{\frac{15}{2} - 6} = 4 \quad \text{και} \quad W_3 = \frac{1}{\mu_3 - \lambda} = \frac{1}{\frac{15}{2} - 6} = \frac{2}{3}$$

$$p(n_1,n_2,n_3) = P[N_1 = n_1, N_2 = n_2, N_3] = \pi_{n_1} \cdot \pi_{n_2} \cdot \pi_{n_3} = \frac{7}{10}\left(\frac{3}{10}\right)^{n_1} \cdot \frac{9}{15}\left(\frac{6}{15}\right)^{n_2} \cdot \frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^{n_3}$$

$\underline{n} = (n_1, n_2, n_3), n_i \in \mathbb{N}_0$

Sos

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = \frac{3}{7} + \frac{2}{3} + 4, \quad W = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{14} + \frac{1}{9} + \frac{2}{3}$$

(β) Να βρεθεί η πιθανότητα το σύστημα να είναι κενό

$$P[N_1 = 0, N_2 = 0, N_3 = 0] = \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{1}{5}$$

Ποιο είναι το ποσοστό του χρόνου που υπάρχει ένας πελάτης στο δίκτυο;

$$= p(1,0,0) + p(0,1,0) + p(0,0,1)$$