

Ασκήσεις 6ης Διάλεξης

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. Ένα δίκτυο αποτελείται από τρεις σταθμούς συνδεδεμένους σε σειρά. Οι πελάτες εισέρχονται στο δίκτυο από τον πρώτο σταθμό σύμφωνα με διαδικασία Poisson με μέσο ρυθμό 6 ανά ώρα και αναχωρούν από το δίκτυο αφού ολοκληρώσουν την εξυπηρέτησή τους στο τρίτο σταθμό. Ο χρόνος εξυπηρέτησης και στους τρεις σταθμούς είναι εκθετικός με μέσο χρόνο 3, 4 και 8 λεπτά στους σταθμούς 1,2 και 3 αντίστοιχα. Και στους τρεις σταθμούς υπάρχει ουρά αναμονής, είναι άπειρης χωρητικότητας και η σειρά εξυπηρέτησης είναι FCFS.

(α) Να βρεθεί η στάσιμη κατανομή του πλήθους πελατών σε κάθε σταθμό εξυπηρέτησης, καθώς και η απο κοινού στάσιμη κατανομή για τα πλήθη των πελατών στους τρεις σταθμούς.

(β) Να βρεθεί η πιθανότητα το δίκτυο να είναι κενό.

(γ) Να βρεθεί το μέσο πλήθος πελατών στο δίκτυο, καθώς και ο αναμενόμενος χρόνος παραμονής ενός συγκεκριμένου πελάτη στο δίκτυο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Ένα σύστημα παραγωγής αποτελείται από δύο μηχανήματα συνδεδεμένα σε σειρά. Οι εργασίες φτάνουν στο πρώτο μηχάνημα σύμφωνα με διαδικασία Poisson με μέσο ρυθμό 5 ανά ώρα. Ο χρόνος επεξεργασίας στο πρώτο μηχάνημα ακολουθεί εκθετική κατανομή με ρυθμό 40 ανά ώρα και στο δεύτερο εκθετική κατανομή με ρυθμό 30 ανά ώρα. Μια εργασία που τελειώνει την επεξεργασία στον πρώτο σταθμό έχει πιθανότητα $3/4$ να είναι εντάξει και να προχωρήσει στο δεύτερο μηχάνημα και πιθανότητα $1/4$ να απαιτείται επιστροφή στο μηχάνημα 1 για επανάληψη της επεξεργασίας. Αντίστοιχα μια εργασία που τελειώνει την επεξεργασία στο μηχάνημα 2 έχει πιθανότητα $4/5$ να είναι εντάξει οπότε αποχωρεί από το σύστημα και πιθανότητα $1/5$ να απαιτείται επανάληψη όλης της διαδικασίας από την αρχή δηλαδή από το μηχάνημα 1.

Και στα δύο μηχανήματα υπάρχει ουρά αναμονής και η σειρά εξυπηρέτησης είναι FCFS.

(α) Να βρεθούν οι ισοδύναμοι ρυθμοί εισόδου σε κάθε ουρά.

(β) Να βρεθεί ο αναμενόμενος χρόνος από τη στιγμή που μια νέα εργασία εισέρχεται στο σύστημα παραγωγής μέχρι τη στιγμή που θα αποχωρήσει.

(γ) Αν τα δύο μηχανήματα αντικατασταθούν από δύο νέα εξελεγμένης τεχνολογίας, στα οποία η επεξεργασία γίνεται χωρίς κανένα σφάλμα και επομένως ποτέ δεν απαιτούνται επαναλήψεις, ενώ ο χρόνος επεξεργασίας στο κάθε μηχάνημα ακολουθεί εκθετική κατανομή με τον ίδιο ρυθμό μ , πόσο πρέπει να είναι το μ έτσι ώστε ο αναμενόμενος χρόνος παραμονής στο σύστημα μιας εργασίας να είναι μικρότερος από ότι στην προηγούμενη περίπτωση;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Η Aegean Islands είναι μία μικρή αεροπορική εταιρεία που λειτουργεί στα περιφερειακά αεροδρόμια των νησιών του Αιγαίου. Στο αεροδρόμιο της Ρόδου υπάρχει μόνο ένας υπάλληλος στο counter της εταιρείας. Οι πελάτες διακρίνονται σε δύο κλάσεις, business-class και coach-class και διαμορφώνουν δύο χωριστές ουρές με τους πελάτες της business-class να εξυπηρετούνται κατά προτεραιότητα (με non-preemptive priority). Οι αφίξεις κάθε τύπου είναι Poisson με αντίστοιχους ρυθμούς 2 ανά ώρα και 10 ανά ώρα, αντίστοιχα, στο 12-ωρο λειτουργίας του counter. Επίσης, οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι εκθετικοί με μέσο χρόνο 3 λεπτά.

(α) Να βρεθούν τα μέτρα απόδοσης L, L_q, W, W_q και για τις δύο κλάσεις πελατών.

- (β) Τι ποσοστό του αναμενόμενου χρόνου ενός πελάτη της coach-class είναι ο μέσος χρόνος παραμονής ενός πελάτη της business-class πριν αρχίσει να εξυπηρετείται;
- (γ) Να βρεθεί το μέσο ημερήσιο πλήθος ωρών που ο υπάλληλος είναι απασχολημένος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4. Στο τμήμα επειγόντων περιστατικών ενός περιφερειακού κέντρου υγείας τα περιστατικά που φτάνουν έχουν ταξινομηθεί σε τρεις κατηγορίες : συνήθη, σοβαρά και επείγοντα. Οι αφίξεις κάθε τύπου είναι Poisson με αντίστοιχους ρυθμούς 4 ανά ώρα, 3 ανά ημέρα και 1 ανά ημέρα (θεωρήστε ότι το κέντρο λειτουργεί σε 24ωρη βάση). Ο χρόνος αντιμετώπισης ενός περιστατικού ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 20 λεπτά. Η εξυπηρέτηση ακολουθεί το σύστημα preemptive priority με τα επείγοντα να έχουν την υψηλότερη προτεραιότητα και τα συνήθη τη χαμηλότερη.

- (α) Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός γιατρών που απαιτούνται ώστε το σύστημα να είναι ευσταθές;
- (β) Για την απάντηση στο (α), να βρεθεί ο χρόνος παραμονής ενός οποιουδήποτε πελάτη στο σύστημα ανεξαρτήτως της προτεραιότητας του.
- (γ) Για την απάντηση στο (α), να βρεθούν οι αναμενόμενοι χρόνοι παραμονής στο σύστημα για κάθε κατηγορία περιστατικού.