

Μάθημα: 8:

4/4/2012

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

① Άσκηση: 1

Πελάτες φθάνουν σε τράπεζα

Πελάτες που επιθυμούν κατάθεση φθάνουν εκφ. διαδ. Poisson

με ρυθμό 20 πελ/ώρα

>> >> >> αδιάκριτη >> >> >> >>

με ρυθμό 40 πελ/ώρα

>> >> >> άρτη τραπεζική συναλλαγή >> >> >>

με ρυθμό 140 πελ/ώρα

Χρόνος Εξυπηρέτησης: κατάθεση → 3 λεπτά

αδιάκριτη → 5 λεπτά

άρτη → 10 λεπτά

Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης πελατών = ;

Έστω X = χρόνος εξυπηρέτησης πελάτη $\Rightarrow E(X) = ;$

Αν: $Z =$ τόνος πελάτη $\begin{pmatrix} \text{κατάθ.} \rightarrow 1 \\ \text{αδιάκ.} \rightarrow 2 \\ \text{άρτη} \rightarrow 3 \end{pmatrix}$

Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης = $E(X) = E[E[X|Z]] =$

$$= P(Z=1) \cdot E[X|Z=1] + P(Z=2) \cdot E[X|Z=2] + P(Z=3) \cdot E[X|Z=3]$$

$$\begin{matrix} \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda} & \frac{\lambda_2}{\lambda} & \frac{\lambda_3}{\lambda} \end{matrix}$$

$$= \frac{20}{200} \cdot 3 + \frac{40}{200} \cdot 5 + \frac{140}{200} \cdot 10 = \dots$$

2. Ασκήση: 2

Ραδιενεργά σωματίδια φθάνουν σε ανιχνευτή ελφίφωνα με ενοκα-
στη διαδικασία Poisson με ρυθμό 1000/sec

Ο ανιχνευτής αποτυγχάνει να καταγράψει ένα σωματίδιο με
πιθανότητα 0,1.

Λεγόμενα ότι ο ανιχνευτής καταγράφει 4 σωματίδια σε $\frac{1}{100}$ sec
ποιά η πιθανότητα να έφτασαν ≥ 5 σωματίδια;

Απ: Έστω $\{N(t)\}$ στοχ. διαδ. που αντιστοιχεί στις αφίξεις σωματιδίων
 \sim Poisson με ρυθμό 1000.

$\{N_1(t)\}$ στοχ. διαδ. που καταγράφει ο ανιχνευτής \sim Poisson
 $\lambda_p = 1000 \cdot 0,9 = 900$.

Άρα: $P(N(\frac{1}{100}) \geq 5 \mid N_1(\frac{1}{100}) = 4) =$ στοχ. διαδ. που
δεν καταγγρ.

$$\frac{P(N(\frac{1}{100}) \geq 5, N_1(\frac{1}{100}) = 4)}{P(N_1(\frac{1}{100}) = 4)} = \frac{P(N_1(\frac{1}{100}) = 4, N_2(\frac{1}{100}) \geq 1)}{P(N_1(\frac{1}{100}) = 4)}$$

$$\frac{P(N_1(\frac{1}{100}) = 4) \cdot P(N_2(\frac{1}{100}) \geq 1)}{P(N_1(\frac{1}{100}) = 4)} = 1 - P(N_2(\frac{1}{100}) = 0) =$$

$$1 - e^{-100 \cdot \frac{1}{100}} \cdot \frac{(100 \cdot \frac{1}{100})^0}{0!} = 1 - e^{-1} = \dots$$