ΑΠΟΦΑΝΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ

users.uoa.gr/~lkirousis/enderton.pdf

ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΑ

Σ πεπ. αλφάβητο $\{0, 1\}$.

Σ^* (αστέρι Kleene) $= \{ w \mid w$ πεπ. ακ. από στοιχεία του $\Sigma \}$.

εκφράσεις, συμβολοσειρές, λέξεις.

Αλγόριθμοι επεξεργάζονται
στοιχεία του Σ^*

$L \subseteq \Sigma^*$ L διαγνώσιμη

Υπάρχει αλγόριθμος που δεδομένης
μιας έκφρασης αποφαίνεται αν η
έκφραση ανήκει στη γλώσσα ή όχι

[illegible].

ΑΠΟΦΑΝΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ

Αλφάβητο

$($, $)$, $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\longrightarrow$, $\longleftrightarrow$

$A_1, A_2, \ldots$
αποφαντικά σύμβολα

$(A_1 \cdot \wedge ($

Καλοσχηματισμένοι τύποι ΚΣΤ

wff

Αναδρομικοί Ορισμοί

Επαγωγικές Αποδείξεις.

Κ Σ Τ.

1) Τα αποφαντικά σύμβολα είναι Κ Σ Τ.

2) Αν ϕ, ψ Κ Σ Τ τότε

$(\neg\phi)$ $(\phi \land \psi)$ $(\phi \lor \psi)$ $(\phi \to \psi)$

$(\phi \leftrightarrow \psi)$ είναι επίσης Κ Σ Τ.

ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ.

$\cancel{\neg\phi}$

ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

$P(n)$

1. $P(0)$
2. $P(k) \to P(k+1)$

---

1. $P(0), P(1), P(2)$
2. $P(k-1), P(k), P(k+1) \to P(k+2)$

   $k-1 \geq 0$

1. $P(0)$

2. $P(0), \ldots, P(k-1) \rightarrow P(k)$

Zweis E. B.

$$\left[\forall k < n \; P(k)\right] \longrightarrow P(n).$$

Επαγωγικές Αποδείξεις
σε Αν. Ορισμούς

Έστω ότι θέλουμε να δείξουμε
ότι όλοι οι ΚΣΤ έχουν την
ιδιότητα P.

1. P ισχύει για αποδ. σύμβολα.
2. Με την υπόθεση ότι ισχύει
για ϕ, ψ, την αποδεικνύω για
$(\neg\phi)$, $(\phi \wedge \psi)$, ...

2. Αν P ισχύει για ϕ, ψ, αποδεικνύω

Παράδειγμα

Να αποδειχθεί ότι σε κάθε τύπο αριθμ(≈ αριθ( ).

Βάση

Έστω A αποφαντικό σύμβολο ✓

Ε. Βήμα

Έστω φ, ψ έχουν την ιδιότητα (φ∧ψ). Έστω Ο(φ), Δφ ο αριθμός των αριστερών και δεξιών παρενθέσεων και α_ψ, δ_ψ αντίστοιχα,

Τότε $\alpha_{(\phi \wedge \psi)} = \alpha_\phi + \alpha_\psi + 1$ . . .

Να αποδειχθεί ότι ΔΕΝ υπάρχουν ΚΣΤ με 2, 3, 6 σύμβολα αλλά υπάρχουν για οποιοδήποτε άλλο αριθμό.

1 √ вывода

2, 3, 6

$(\neg\varphi)$

$(\alpha \land \beta)$

$(A_1 \land A_2)$

$(\neg A_1)$