Δομή $\mathfrak{A}$

s αποτομή

$s(v|a)$

$\phi(v_1, \dots, v_n)$

$$\mathfrak{A} \models \phi[s] \quad \text{αποτομή}$$

$$\mathfrak{A} \models \phi[\underbrace{a_1, \dots, a_n}_{\text{στη } |\mathfrak{A}|}]$$

ΠΡΟΤΑΣΗ

Δεν έχει ελεύθερες μεταβλητές.

$$a \models \varphi$$

Γλώσσα Θεωρ. Αριθ.

$=$

$<$

$+$, $\cdot$

$/$ (S)

0

$\mathfrak{N}$ επιδιωκόμενη ερμηνεία.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$<^{\mathfrak{N}}$$

$$+^{\mathfrak{N}}, \cdot^{\mathfrak{N}} \qquad 0^{\mathfrak{N}}$$

$\neg \; ; \; \rightarrow$

$\forall$

$\forall x \exists y \left(y = S(x) \right)$ πρόταση ϕ

$\forall v_1 \exists v_2 = S v_1 \cdot v_2$

$\mathfrak{A} \models \phi$

$\varphi_1(x)$ (x πρώτος)

$x > S(0)$

$\forall y \forall z \left(x = y \cdot z \to y = S(0) \vee z = S(0) \right)$

$\mathfrak{N} \models \varphi[\![n]\!]$ ανν n πρώτος

$$\forall x \exists y \overbrace{\left(y > x \wedge \phi_1(y) \right)}^{\phi}$$

πρόταση

$\mathbb{N} \models \phi$ Υπάρχουν άπειροι πρώτοι

$$\psi$$

$$\forall x \exists n \big(\varphi_1(n) \wedge \varphi_1(n + S(S(0))) \wedge n > x \big)$$

$$\neg \mathfrak{N} \models \psi$$

$\mathbb{Z}^-$ $\quad f^a : |a| \times |a| \to |a|$

$|\mathbb{Z}^-| = \{0, -1, -2, \ldots\}$

$x +^{\mathbb{Z}^-} y = x +^{\mathbb{Z}} y$

$x *^{\mathbb{Z}^-} y = -|x| * |y|$

$x *^{\mathbb{Z}^-} y = -x^2 y^2$ γνωστό

$\mathcal{N}_2$

$|\mathcal{N}_2| = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$.

$\mathcal{N}_2 \models \varphi_1(x)$ αν

$x|2$ πρώτος

$$x +^{\gamma\tau_2} y = x + y$$

$$x *^{\gamma\tau_2} y = x \cdot y/2$$

$$S^{\gamma\tau_2}(x) = x + 2$$

Γλώσσα Θεωρίας Συνόλων

$\in$ $\quad$ $\emptyset$

Μη standard σημειώσεις.

$^{\theta_6}$ $\bigwedge$ σύμβολο

$\in^{\theta_2}$ $\quad <$

$\emptyset^{\theta_7}$ $\quad \bigcirc$

Εκτατικότητα

Δύο σύνολα ίσα

έχουν τα ίδια στοιχεία

$$\forall x \, \forall y \left(x = y \leftrightarrow \forall z \left(z \in x \leftrightarrow z \in y \right) \right)$$

Σ

$\Pi^{\Theta} \models_{j} E$ ισχύει.

$\{x, y\}$

Αξίωμα Εκτατικότητας

Αξίωμα Ζεύγους ζ

$$\forall x \forall y \exists z \forall w \left(w \in z \leftrightarrow w = x \vee w = y \right)$$

Αξιώματα Peano

Αξ. Επαγωγής. Ομάδα Προτάσεων

Έστω $\phi(x, x_1, \ldots, x_n)$ τύπος

$$\forall x_1 \ldots \forall x_n$$

$$\phi(0, \bar{x}) \wedge \forall k \left(\phi(k, \bar{x}) \to \phi(k+1, \bar{x}) \right)$$

$$\downarrow$$

$$\forall n \, \phi(n, \bar{x})$$

L πρωτοτάξια γλώσσα

$\mathcal{A}$ $\mathcal{B}$ δύο ερμηνείες.

$h : A \longrightarrow B$

καλείται ισομορφισμός αν διατηρούνται σχέσεις, συναρτήσεις & σταθερές.

$$R^{\mathfrak{A}}(a_1, a_2, a_3) \iff R^{\mathfrak{B}}(h(a_1), \dots, h(a_3))$$

$\mathfrak{N}_1$ $\mathfrak{N}_2$

$h(x) = 2x$ $(0 \mapsto 0)$ [illegible]