

## ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

12/06/18

ΘΕΜΑ 1. (α) Να δείξετε ότι ένα προβολικό επίπεδο έχει τουλάχιστον 7 σημεία.

(β) Στο προβολικό επίπεδο των 7 σημείων να υπολογίσετε τις ομάδες  $\mathbb{H}(A, \ell)$  με  $A \notin \ell$  και  $\mathbb{E}(A, k)$  με  $A \in k$ .

(γ) Να εξετάσετε αν το προβολικό επίπεδο των 7 σημείων είναι επίπεδο Desargues ή Πάππου.

ΘΕΜΑ 2. Να ορίσετε αναλυτικά την πλήρωση ενός συσχετισμένου επιπέδου και να αποδείξετε ότι δύο διαφορετικές ευθείες της πλήρωσης τέμνονται σε ένα ακριβώς σημείο.

ΘΕΜΑ 3. (α) Εστω  $(\phi, \psi)$  μορφισμός προβολικών επιπέδων 1-1. Να δείξετε ότι κάθε μία από τις απεικονίσεις του ζεύγους εκφράζεται μέσω της άλλης.

(β) Να δείξετε ότι κάθε συγγραμμικότητα διάφορη της ταυτοτικής έχει το πολύ ένα κέντρο και έναν άξονα.

ΘΕΜΑ 4. (α) Να βρεθεί η ευθεία που ορίζουν τα σημεία  $[0,1,1]$  και  $[1,2,3]$  του  $\mathbb{P}_2$ . Ομοίως να βρεθεί το σημείο τομής των ευθειών  $\langle 2, 1, -2 \rangle$  και  $\langle -4, -2, 4 \rangle$ .

(β) Να εξετάσετε αν το σημείο  $[0,0,1]$  είναι κέντρο της συγγραμμικότητας του  $\mathbb{P}_2$  που ορίζεται από την  $f(x, y, z) = (x, y, 2x + z)$ .

Να γραφούν 3 από τα 4 θέματα. Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες.

Καλή επιτυχία!