

ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

07/07/09

ΘΕΜΑ 1. (α) Να δείξετε ότι ένα προβολικό επίπεδο έχει τουλάχιστον 7 σημεία.

(β) Να δείξετε πλήρως ότι όλες οι ευθείες ενός προβολικού επιπέδου έχουν το ίδιο πλήθος σημείων.

ΘΕΜΑ 2. (α) Εστω (ϕ, ψ) μορφισμός προβολικών επιπέδων 1-1. Να δείξετε ότι κάθε μία από τις απεικονίσεις του ζεύγους εκφράζεται μέσω της άλλης.

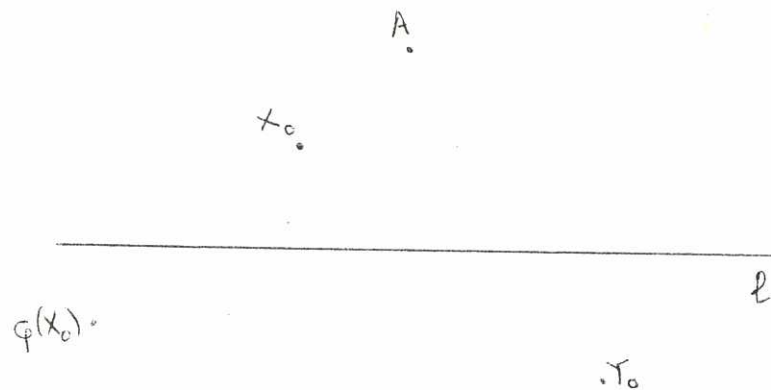
(β) Να δείξετε ότι κάθε συγγραμμικότητα έχει το πολύ ένα κέντρο και έναν άξονα.

$$\neq (\text{id}_P, \text{id}_P)$$

ΘΕΜΑ 3. Εστω $(\phi, \psi) \in L(A, \ell)$.

(α) Να δείξετε ότι $\forall P \in \mathcal{P}$ με $P \neq A$, τα σημεία A, P και $\phi(P)$ είναι συγγραμμικά. Ποιά είναι η δυική πρόταση;

(β) Στο επόμενο σχήμα κατασκευάστε το $\phi(Y_0)$.



ΘΕΜΑ 4. (α) Να βρεθεί η ευθεία που ορίζουν τα σημεία $[0,1,1]$ και $[1,2,3]$ του \mathbb{P}_2 . Ομοίως να βρεθεί το σημείο τομής των ευθειών $\langle 2, 1, -2 \rangle$ και $\langle -4, -2, 4 \rangle$.

(β) Να εξετάσετε αν το σημείο $[0,0,1]$ είναι κέντρο της συγγραμμικότητας του \mathbb{P}_2 που ορίζεται από την $f(x, y, z) = (x, y, 2x + z)$.

Να γραψετε και τα 4 θέματα.

Καλή επιτυχία!