

ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Εξετάσεις 28/06/2011

Θέμα 1. Να ορίσετε αναλυτικά την πλήρωση ενός συσχετισμένου επιπέδου και να δείξετε ότι δύο διαφορετικές ευθείες της πλήρωσης τέμνονται σε ένα ακριβώς σημείο.

Θέμα 2. Σε ένα ΠΕ δίνονται ευθεία k , δύο σημεία $P \neq Q$ με $P, Q \notin k$ και η απεικόνιση

$$\phi : J(P) \rightarrow J(Q) : m \mapsto (m \wedge k) \vee Q.$$

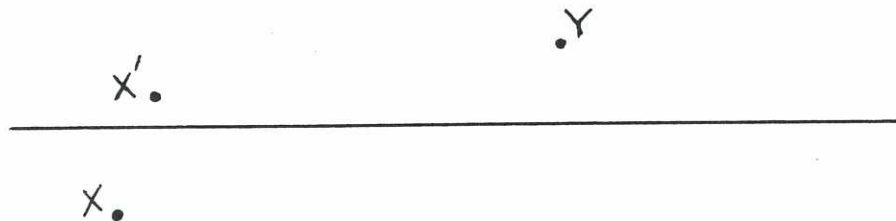
Να δείξετε ότι:

- (α) Η ϕ είναι καλά ορισμένη. 1-1 και επί.
- (β) $\phi(m) = m \Leftrightarrow m = P \vee Q$.

Θέμα 3. (α) Να υπολογιστούν οι ομάδες των επάρσεων $E(A, \ell)$ ($A \in \ell$) και των ομολογιών $H(B, \ell)$ ($B \notin \ell$) στο ΠΕ των 7 σημείων.

(β) Να υπολογιστεί γραφικά στο επόμενο σχήμα η εικόνα του σημείου Y μέσω της ομολογίας $\phi \in H(A, \ell)$, αν είναι γνωστό ότι $\phi(X) = X'$.

A.



Θέμα 4. Να δείξετε ότι η απεικόνιση $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $f(x, y, z) = (y, z, x)$ ορίζει συγγραμμικότητα (ϕ, ψ) του $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ που έχει ακριβώς ένα σταθερό σημείο. Είναι αυτό το σημείο κέντρο;

Να γραφούν και τα 4 θέματα.
Καλή επιτυχία!