ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
02/07/2020

ΘΕΜΑ 1. Έστω

$$\mathcal{P} = \{U \leq \mathbb{R}^3 \mid \dim U = 1\}$$
$$\mathcal{L} = \{V \leq \mathbb{R}^3 \mid \dim V = 2\}$$
$$\mathcal{I} \equiv \leq$$

Να εξετάσετε αν $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$ είναι ΠΕ ή ΣΕ. Σε κάθε περίπτωση, ποιά αξιώματα ικανοποιούνται και ποιά όχι;

ΘΕΜΑ 2. Σε ένα ΠΕ $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$, έστω $k, \ell \in \mathcal{L}$, με $k \neq \ell$. Νδο υπάρχει $P \in \mathcal{P}$ με $(P, k) \notin \mathcal{I}$ και $(P, \ell) \notin \mathcal{I}$.

ΘΕΜΑ 3. Έστω $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$ ένα ΣΕ και $\ell \in \mathcal{L}$ με $|J(\ell)| = n \in \mathbb{N}$. Να βρείτε πόσα σημεία έχει κάθε ευθεία της πλήρωσης και πόσα σημεία έχει το $\mathcal{P}$. Ισχύει ότι για κάθε $k \in \mathcal{L}$ είναι $|J(k)| = |J(\ell)|$ και γιατί;

ΘΕΜΑ 4. Έστω $\mathcal{P} \equiv (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$ ΠΕ και $(\phi, \psi) \in \mathcal{A}ut(\mathcal{P})$ με άξονα ℓ. Έστω ότι υπάρχει $A \in \mathcal{P}$ με $\phi(A) = A$ και $A \notin J(\ell)$. Νδο το A είναι κέντρο.

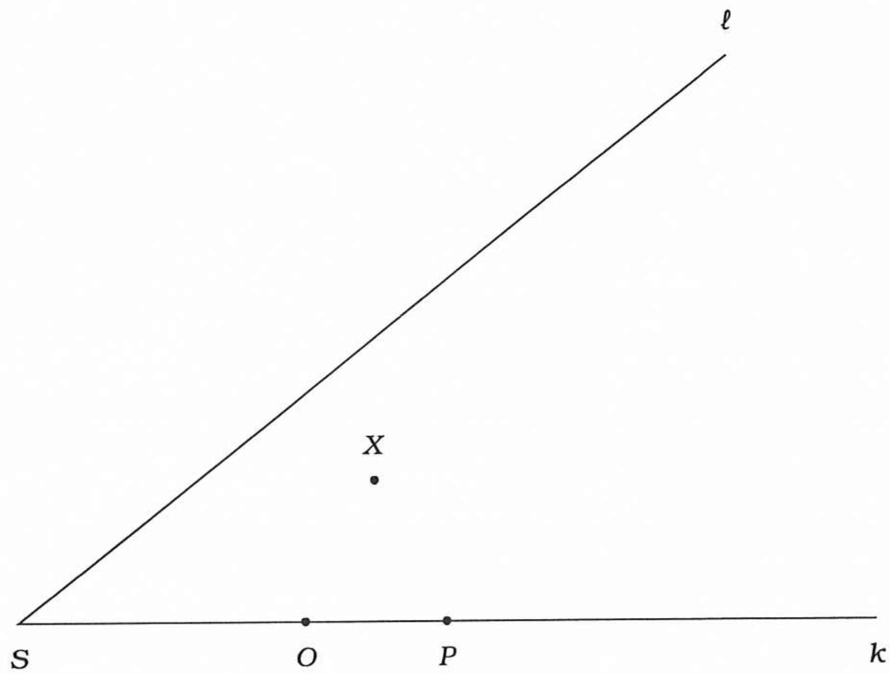
ΘΕΜΑ 5. Στο $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ να βρεθεί η ευθεία που ορίζουν τα σημεία $[0,1,1]$ και $[1,2,0]$ και το σημείο τομής των ευθειών $< 1, 2, 3 >$ και $< 1, -1, 0 >$.

ΘΕΜΑ 6. Στο $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ να εξετάσετε αν το $[0,1,1]$ είναι κέντρο της συγγραμμικότητας που ορίζεται από τον γραμμικό ισομορφισμό $f(x, y, z) = (x, y, 2x + z)$.

ΘΕΜΑ 7. Έστω $\mathcal{P} \equiv (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$ το ΠΕ των 7 σημείων, $A \in \mathcal{P}$ και $\ell \in \mathcal{L}$ με $A \notin J(\ell)$. Πόσα ζεύγη (X, X') υπάρχουν που συμπληρώνουν την παράσταση $(A, \ell, \cdot, \cdot)$ σε προσδιοριστική τετράδα και γιατί; Νδο το $\mathcal{P}$ είναι ΠΕ Desargues.

$\longrightarrow$

ΘΕΜΑ 8. Σε ένα ΠΕ Desargues με την βοήθεια του σημείου X να βρείτε γραφικά στο επόμενο σχήμα το $2P$.



Να απαντήσετε σε 6 από τα 8 θέματα.
Καλή επιτυχία!