

27-3-2023

$$Ax = b$$
$$x \geq 0$$

$$(b \geq 0)$$

$$A_{m \times n} \quad n(A) = m$$
$$m < n$$

$B_{m \times m}$ univariatara zov A
 $|B| \neq 0$

baortis nivakos

$B \rightarrow$ baortis nim

$$x = \begin{pmatrix} x_B \\ 0 = x_N \end{pmatrix}$$

baortis $n \geq 2$
ni baortis

$$Ax = b \Leftrightarrow Bx_B + Nx_N = b$$

$$A \left[\begin{array}{c|c} B & N \end{array} \right] x = \begin{pmatrix} x_B \\ 0 \\ x_N \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x_B \\ \underline{x_B} \end{matrix} = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N$$

$x_N = 0$

$$\Rightarrow \underline{x_B} = B^{-1}b$$

B baortis
nivakos

$$x = \begin{pmatrix} x_B = B^{-1}b \\ 0 \end{pmatrix}$$

mpleio zovis

$n-m$ Aprio@stovis

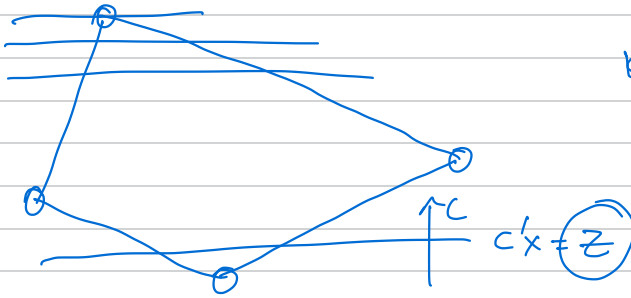
baortis
nim

$$A \succ B^{-1} b \geq 0 \Rightarrow x : \text{B.E.L.}$$

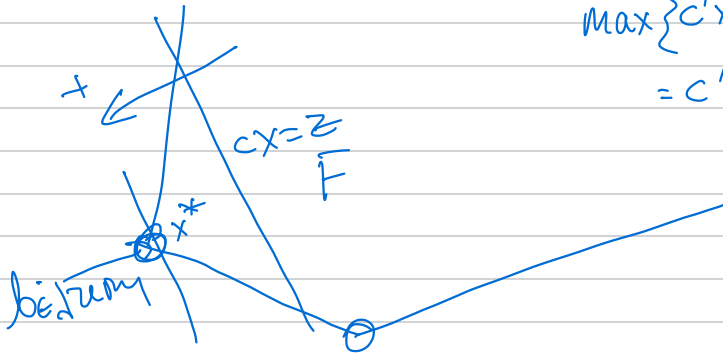
Βασική Εφικτή Λύση



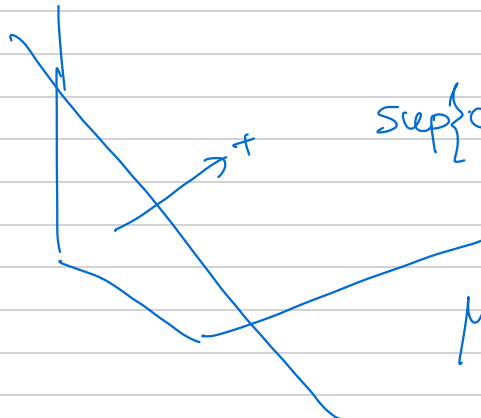
Καλύτερη Εφικτή Λύση



$$\max \{c'x : x \in F\} < \infty \\ = c'x^*$$



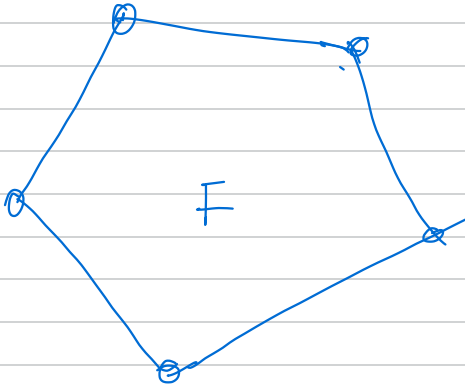
$$\sup \{c'x : x \in F\} = +\infty$$



μη γραμμικό
Π.Π.

Μέθοδος Simplex

Υπόθεση:
Όλες οι ΒΕΛ
είναι μη εκφυ-
λιμένες



Βασική επίλυση λήξη \Rightarrow Βασική λήξη \Rightarrow
 \Rightarrow Βασική Τιμολογία
= υπονικατάδες $m \times m$ του $A_{m \times n}$

$$K(F) = \{ \underline{x} : A\underline{x} = b, \underline{x} \geq 0, B \in \Lambda \}$$

$$K(F) \subseteq \{ B : \text{υπονικατάδες } m \times m \text{ του } A \}$$

$$\underline{|K(F)|} \leq \binom{n}{m} < \infty$$

Εξαιρέσεις αλγόριθμος για δύο
την.

① Βρες μονίμως $B_{m \times m}$

α) Αν $|B| = 0$ μίγαρε στο ①

β) Αν $|B| \neq 0 \Rightarrow x_B = B^{-1}b$

β1) Αν $x_B \geq 0 \Rightarrow x = \begin{pmatrix} x_B \\ -b \\ 0 \end{pmatrix}$ ^{BEA}
μίγαρε στο ①

β2) Αν $x_B \not\geq 0 \Rightarrow$ μίγαρε στο ①

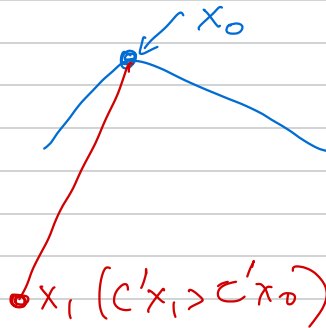
οχι βίωσιμος για n, m οχι
μειψίτερη

Simplex : Αλγόριθμος
Ανεξαρτητών βελτίωσης

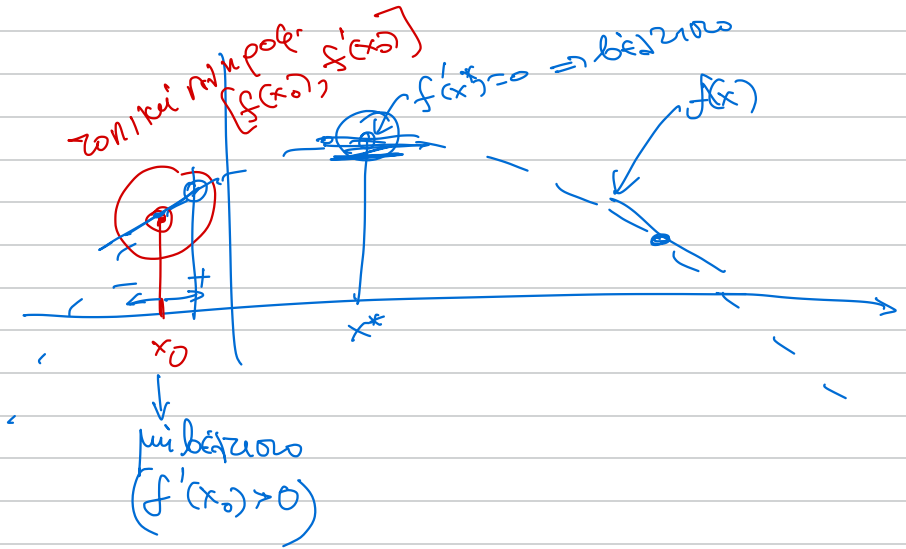
Για κάθε σημείο x_0

① κρίσιμο βελτιότητας
Λέει αν η x_0 είναι βέλτεια ή όχι
χρησιμοποιώντας τοπική πληροφορία γύρω

② Αν δεν είναι βέλτεια \Rightarrow μέθοδος βελτίωσης
 \Rightarrow x_1 αυστηρά καλύτερη από x_0



Π.Χ. ① Μεθόδους κοινής συνάρτησης



② Simplex (οχι αποσυμμετρικός αλγόριθμος)

Αλγόριθμος ανεξαρ. βεζίων στο σύνολο των ΒΕΛ

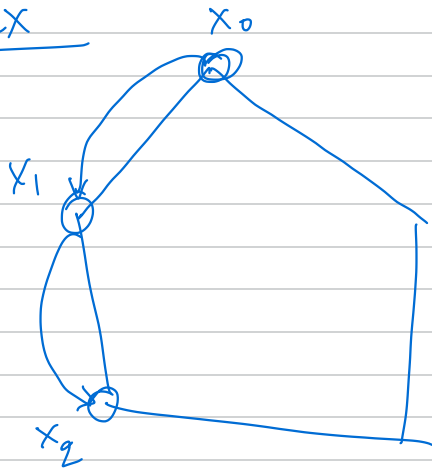
③ Αλγόριθμοι εσωτερικοί σημείων (interior point) για ΠΓΠ.



(αποσυμμετρικοί)

$O(\underline{n}^{5/2})$

Simplex

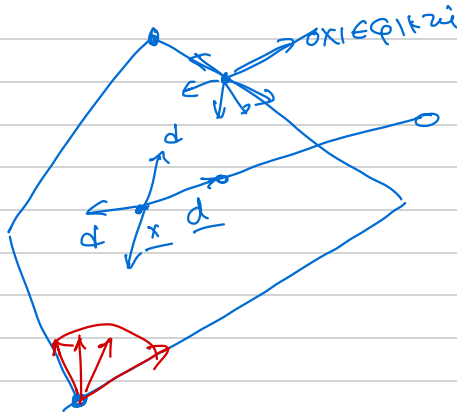


Ορισμός

Εστω $x \in F$ επιλεγεί πόντος

Ενα διάνυσμα $\underline{d} \in \mathbb{R}^n$ επιλεγεί κατεύθυνση

στο \underline{x} αν $\exists \theta > 0 : \underline{x} + \theta \underline{d} \in F$

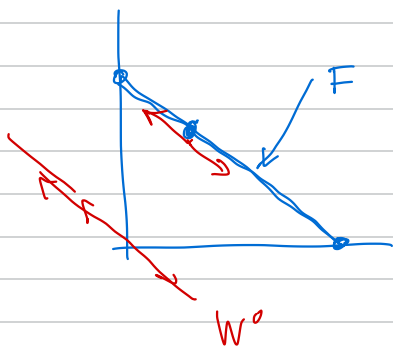


① \underline{d} επίλυσι ^{μωρο} $\exists \theta > 0 : A(x + \theta \underline{d}) = b$ (αμφισβητούμενη)

$\Rightarrow Ax + \theta Ad = b \Rightarrow$

$\Rightarrow b + \theta Ad = b \quad (x \in F \Rightarrow Ax = b)$

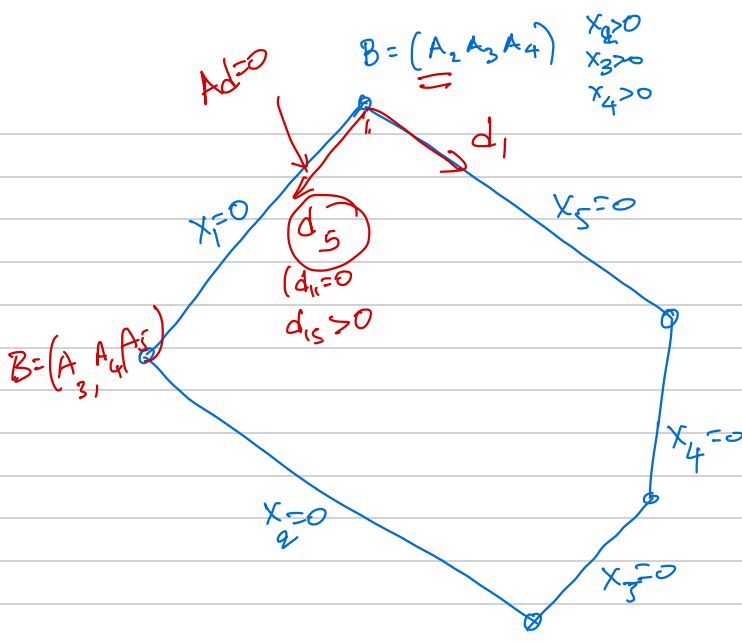
$\Rightarrow \boxed{Ad = 0} \quad d \in W^0 \text{ (υπόχωρο απορροής)}$



$x_1 + x_2 = 1$
 $d : \begin{cases} d_1 + d_2 = 0 \\ d_2 = -d_1 \end{cases}$

Ενα διάνυσμα $\underline{d} : Ad = 0$ για
 είναι επίλυσι κεραιόθρονου ηρέμα
 $\underline{x} + \theta \underline{d} \geq 0$ για κίνηση $\theta > 0$

② Περιπτώσεις α: ΒΕΛ:



$(n=5)$
 $m=3$