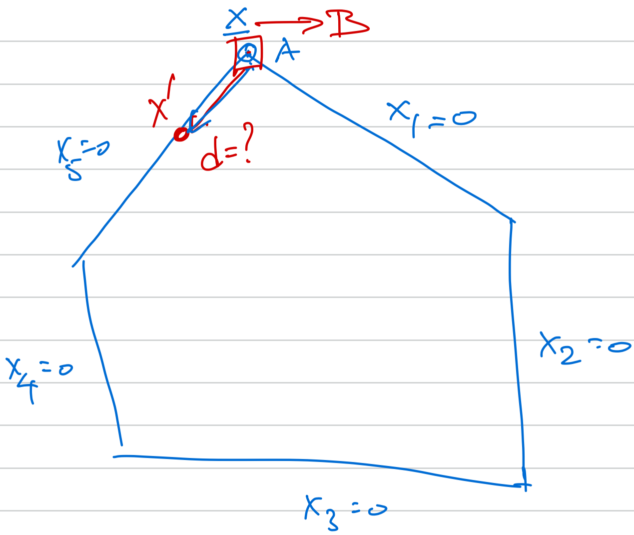
1-4-2024

$n=5$
$m=3$
$(n-m=2)$



$d: \left(x_1' = x_1 + \theta d_1 > 0\right)$

εδώ $x_1 = 0$

$x_1' = \underbrace{\theta d_1} > 0$

$\Rightarrow d_1 > 0.$

$d_5 = 0$

$\left(x_5' = x_5 + \theta d_5 = 0\right)$

A: $\underline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \} \, x_2, x_3, x_4 \\ \} \, x_1, x_5 \end{matrix}$

Γενικά σε σημείο κορυφής

ΒΕΛ $\Rightarrow$ βασικός πίνακας B

(εδώ $B = (A_2 \; A_3 \; A_4)$)

$$\boxed{x_B = B^{-1} b}$$

Επομένως το διάνυσμα d : $d_1 > 0$, $d_S' = 0$

<u>Γενικά</u> ΒΕΛ $x = \begin{pmatrix} x_B \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \}B \\ \}N \end{matrix}$

$j \in N$

Έστω $\underline{d_j}$: κατεύθυνση πάνω στην ακμή της F από την ΒΕΛ x
που κάνει την $x_j' > 0$
και διατηρεί $x_k' = 0$ $\forall k \in N, k \neq j$

$$\underline{d_j} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} d_B \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} B \\ \\ \\ \\ \leftarrow j \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$x' = x + \theta d$

Αν πάρω $\tilde{d} = \lambda d$ $(\lambda > 0)$

x ιδγ $d_{j_j} = 1$

$$\underline{d}_j = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} d_B \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \}\, m \\ \\ \\ \leftarrow j \\ \\ \\ \end{array}$$

$\underline{d}_j$ μονοσήμαντο

$$Ad = 0$$

Υπενθύμιση $\quad A = (A_1, \ldots, A_n)$

$$Ad = \sum_{j=1}^{n} d_j A_j$$

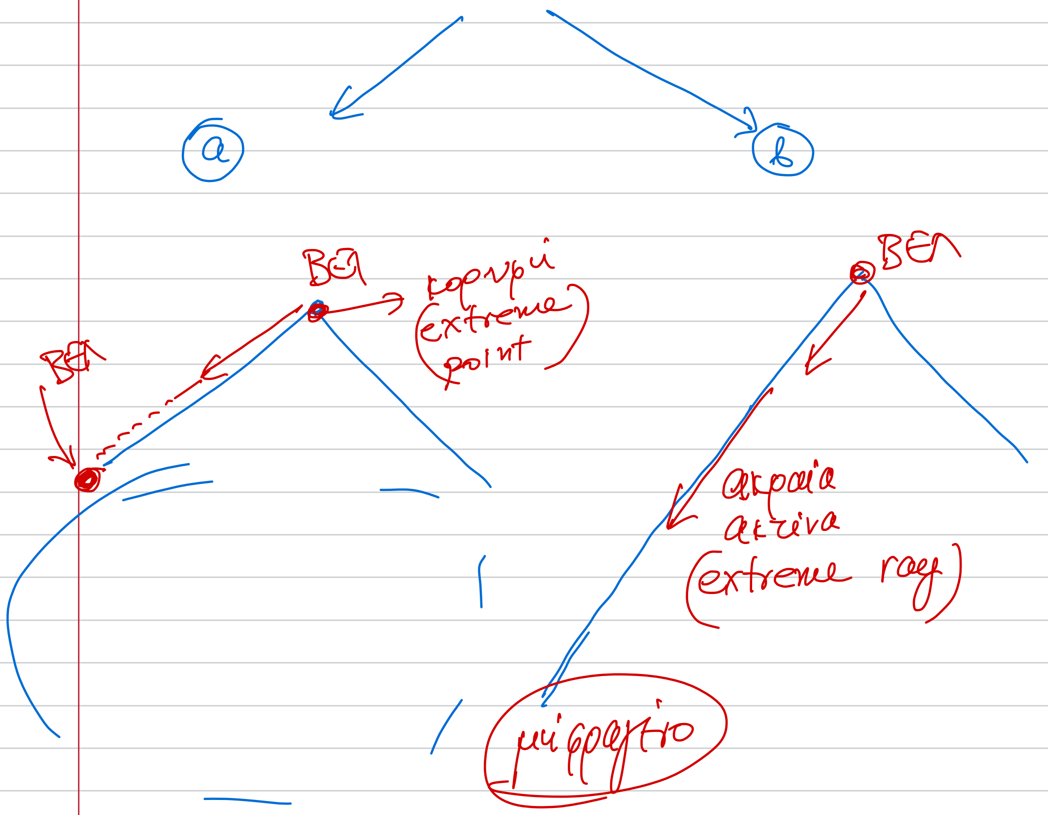
$$\Rightarrow \quad Ad = \underbrace{\sum_{k=1}^{n} d_k A_k}_{} = \sum_{i=1}^{m} d_{B_i} A_{B_i} + 1 \cdot A_j = 0$$

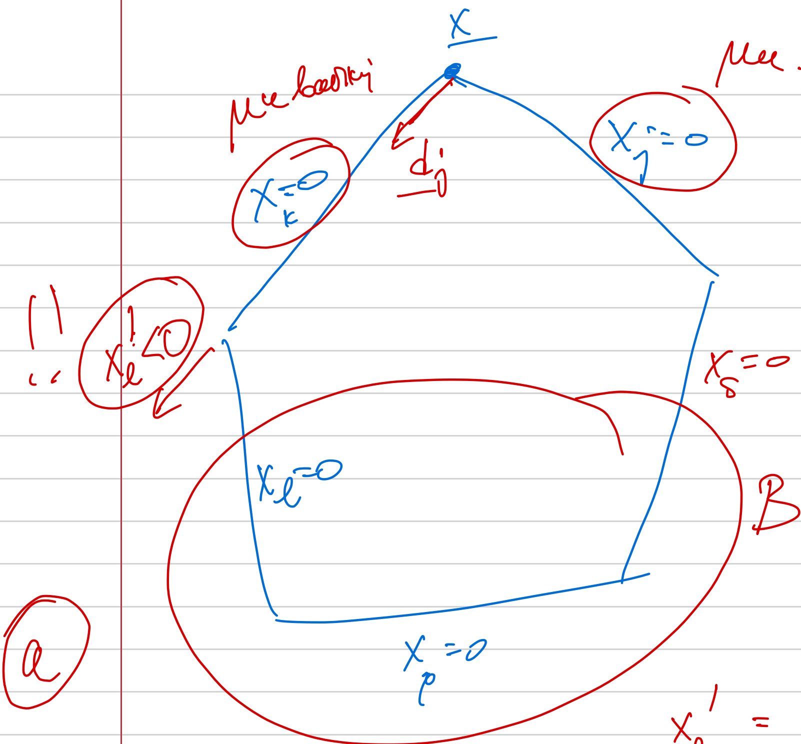
$$\Rightarrow \quad B d_B + A_j = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{d_B = -B^{-1} A_j}$$

$$\underline{d}_j = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} -B^{-1} A_j \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \}\, B \\ \\ \\ \leftarrow j \\ \\ \\ \end{array}$$

Κίνηση από ΒΕΛ $\underline{x}$ στην κατεύθυνση $\underline{d}_j$



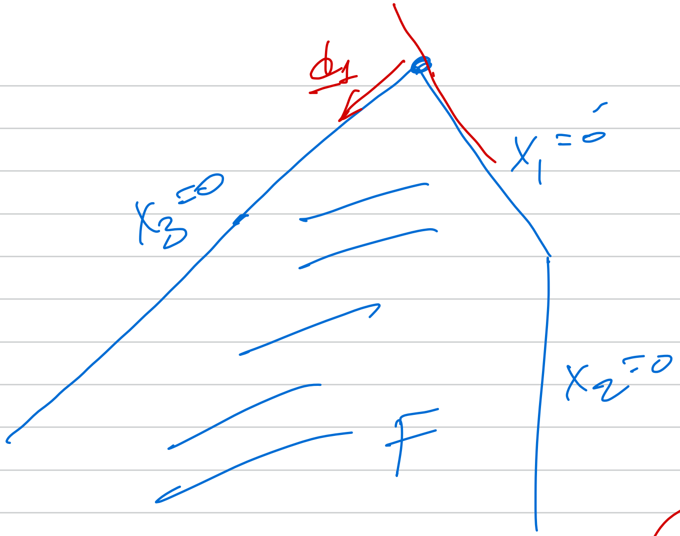


B ($x_B \geq 0$)

$$x_l' = x_l + \theta d_{jl}$$

($d_{jl} < 0$)

(b)



$n = 3$

$$d_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ d_{B2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$d_{B2} \geq 0$

$d_1 \geq 0$

$d_{B2} \geq 0$

Περίπτωση 1

Το διάνυσμα $\underline{d}_j = \begin{pmatrix} d_B \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \}m \\ \\ \\ \leftarrow j \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$

όπου $d_B = -B^{-1}A_j$ τέτοιο ώστε

$d_{B(i)} < 0$ για τουλάχ. ένα $i = 1, \dots, m$

Παίρνουμε λύσεις στην κατεύθυνση $\underline{d}_j$

$$\underline{x}(\theta) = x + \theta \underline{d}_j$$

$$\underline{x}(\theta) = \begin{pmatrix} x_{B(1)} + \theta d_{B(1)} \\ x_{B(2)} + \theta d_{B(2)} \\ \vdots \\ x_{B(m)} + \theta d_{B(m)} \\ 0 \\ \vdots \\ \theta \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} x'_B \\ \\ \\ \leftarrow j \quad x'_j > 0 \\ \\ \end{matrix}$$

i' φεύγει

>0 μπαίνει

$\underline{x}(\theta) \geq 0 \iff$

$\iff \quad x_{B(i)} + \theta d_{B(i)} \geq 0 \quad \forall\, i = 1, \dots, m$

Για i: $d_{B(i)} \geq 0$ OK.

Επομένως πρέπει $x_{B(i)} + \theta d_{B(i)} \geq 0 \quad \underline{\forall i : d_{B(i)} < 0}$

$$\iff \boxed{\theta \leq \frac{-x_{B(i)}}{d_{B(i)}} \quad \forall i : d_{B(i)} < 0}$$

Το μέγιστο θ_0 που μπορούμε να προχωρήσουμε είναι

$$\theta_0 = \min\left\{ -\frac{x_{B(i)}}{d_{B(i)}} : d_{B(i)} < 0 \right\}$$

Έστω i' : $\theta_0 = -\dfrac{x_{B(i')}}{d_{B(i')}} = \min\{ \cdot \sim \}$

Τότε

αν $x(\theta_0) = x + \theta_0 \cdot \underline{d}_j$:

$x_{i'}(\theta_0) = 0$

Η $x(\theta_0)$ είναι η νέα ΒΕΛ

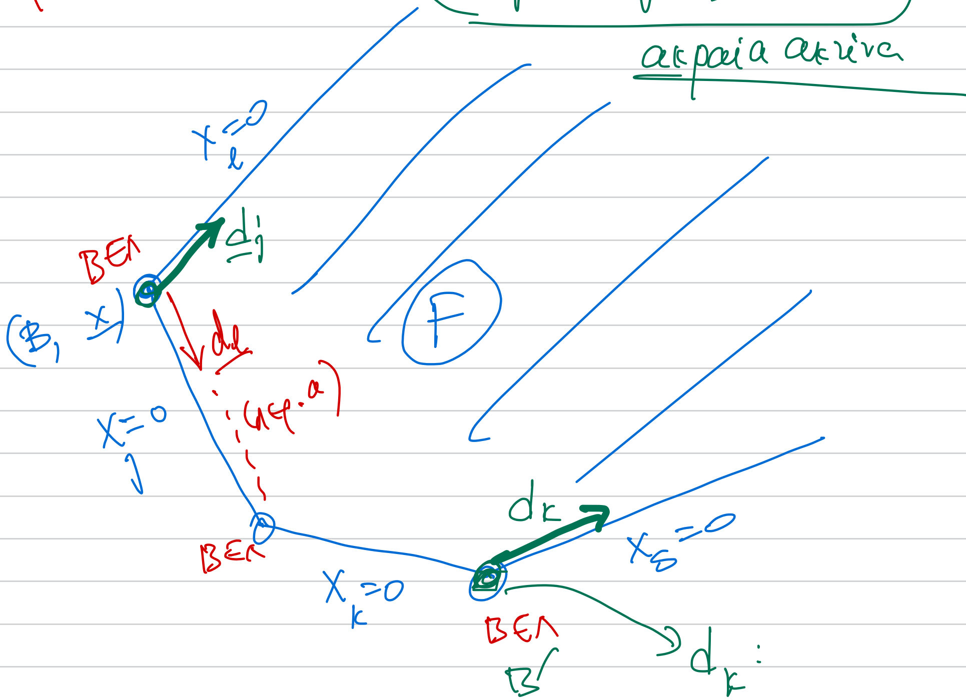
Η $x_{i'} = 0$ (μη βασική)

και η $x_j' = \theta_0 > 0$ (βασική)

Περίπτωση 2

$$\boxed{d_j : d_{jB(i)} \geq 0, \ i=1,\dots,m}$$

ακραία ακτίνα



$d_l : \ \exists \ i : \ d_{lB(i)} < 0$ $\qquad$ $d_{k, B'(i)} \geq 0$

Κριτήριο & βήμα βελτίωσης Simplex

Ερώτημα: Πώς επηρεάζεται η αντικ. παράμετρος όταν κινηθούμε από μια ΒΕΛ $\underline{x}$ κατά μήκος μιας βασικής κατεύθυνσης $\underline{d}_j$?

(σημείωσης: $\underline{d}_j$: $d(j;B)$)