Πιθανότητες και Στατιστική
Διάλεξη 10
Διακριτές τυχαίες μεταβλητές
Κλασικές κατανομές

Αντώνης Οικονόμου

Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Αθηνών

12 Νοεμβρίου 2014

Ορισμοί

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.
- $E[X^n]$: n-οστή ροπή της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.
- $E[X^n]$: n-οστή ροπή της X.
- $E[(X - E[X])^n]$: n-οστή κεντρική ροπή της X.

Βασικά αθροίσματα

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0+1+2+\cdots+n=\sum_{i=0}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0+t^1+t^2+\cdots+t^n=\sum_{i=0}^{n} t^i=\frac{1-t^{n+1}}{1-t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0+1+2+\cdots+n=\sum_{i=0}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0+t^1+t^2+\cdots+t^n=\sum_{i=0}^{n} t^i=\frac{1-t^{n+1}}{1-t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

$$\binom{n}{0}t^0+\binom{n}{1}t^1+\binom{n}{2}t^2+\cdots+\binom{n}{n}t^n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}t^i=(1+t)^n.$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n}+\binom{r}{1}\binom{s}{n-1}+\binom{r}{2}\binom{s}{n-2}+\cdots+\binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n} + \binom{r}{1}\binom{s}{n-1} + \binom{r}{2}\binom{s}{n-2} + \cdots + \binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \binom{r}{i}\binom{s}{n-i} = \binom{r+s}{n}.$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n}+\binom{r}{1}\binom{s}{n-1}+\binom{r}{2}\binom{s}{n-2}+\cdots+\binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

$= \sum_{i=0}^{n}\binom{r}{i}\binom{s}{n-i}=\binom{r+s}{n}$. Ειδικότερα: $\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}^2=\binom{2n}{n}$.

Βασικές σειρές

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

- Εκθετική σειρά:

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

- Εκθετική σειρά:

$$\frac{t^0}{0!} + \frac{t^1}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i}{i!} = e^t.$$

Ιδιότητες

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$

Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
  $$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$
  Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$
- Εναλλακτικός τύπος υπολογισμού διασποράς τ.μ.:
$$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2.$$

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } x = 0, \\ p, & \text{αν } x = 1. \end{cases}$$

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } x = 0, \\ p, & \text{αν } x = 1. \end{cases}$$

- $E[X] =$;, $Var(X) =$;

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\text{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\text{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \; k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \; k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

- $E[X] = ;, \; Var(X) = ;$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\text{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\text{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \ k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \; k = 1, 2, 3, \ldots .$$
- $E[X] =$;, $Var(X) =$;

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:

$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:

$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

- $E[X] = ;, Var(X) =;$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθεί την κατανομή $\text{Uniform}(\{1, 2, \ldots, n\})$.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Uniform$(\{1, 2, \ldots, n\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{n}, \;\; k = 1, 2, \ldots, n.$$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Uniform$(\{1, 2, \ldots, n\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{n}, \; k = 1, 2, \ldots, n.$$

- $E[X] =$;, $Var(X) =$;

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\text{Uniform}(\{a, a+1, \ldots, b\})$.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\mathrm{Uniform}(\{a, a+1, \ldots, b\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{b-a+1}, \; k = a, a+1, \ldots, b.$$

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή Uniform$(\{a, a+1, \ldots, b\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{b-a+1}, \; k = a, a+1, \ldots, b.$$

- $E[X] =$;, $Var(X) =$;

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N - m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N - m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $\text{Hypergeom}(n, N, m)$.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $\text{Hypergeom}(n, N, m)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \;\; k = 0, 1, \ldots, n.$$

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή Hypergeom(n, N, m).
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \;\; k = 0, 1, \ldots, n.$$

- $E[X] = ;$, $Var(X) =;$

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  2.4 Μέση Τιμή και Διασπορά

- Ασκήσεις:

  Να υπολογιστούν οι μέσες τιμές και οι διασπορές των κλασικών κατανομών που περιέχονται σε αυτές τις διαφάνειες και δεν λύθηκαν στην τάξη.