A, B ανεξ και ασυμβιβ.

ανεξ $P(AB) = P(A)P(B)$

ασυμβ $P(AB) = P(\emptyset) = 0$ $\Rightarrow$

$P(A) = 0$ ή $P(B) = 0$.

A, B, C ανεξ $\Longrightarrow A, B \cup C$ ανεξ.

$$P(A \cap (B \cup C)) = P(AB \cup AC)$$

$$= P(AB) + P(AC) - P(ABC)$$

$$= P(A)P(B) + P(A)P(C) - P(A)P(BC)$$

$$= P(A)\big(P(B) + P(C) - P(BC)\big)$$

$$= P(A)\,P(B \cup C)$$

Παρ. Ρίψη ζαριού 2 φορές

A : η $1^{η}$ ζαριά είναι 4

B : η $2^{η}$ ζαριά είναι 3

C : αθρ. ζαριών 7.

Ανεξ. ανα ζεύγη

όχι ανεξ

$\Omega = \{(1,1), (1,2), \ldots (6,6)\}$

$P(A) = \frac{1}{6}$

$P(B) = \frac{1}{6}$

$P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(AB) = \frac{1}{36}$

$P(AC) = \frac{1}{36}$

$P(BC) = \frac{1}{36}$

$P(ABC) = \frac{1}{36}$

$\neq P(A)P(B)P(C)$

Παρ: Ρίψη ζαριού 2 φορές

A : 1η ρίψη = 4

B : 2η ρίψη = 2

C : Αθρ. ρίψεων = 6

A, C όχι ανεξ. κατά ζεύγη

$P(A) = \frac{1}{6}$

$P(AC) = \frac{1}{36}$

$P(C) = \frac{5}{36}$

$P(AC) \neq P(A)P(C)$

$$P(ABC)=P(A)P(B)P(C) \not\Rightarrow A,B,C$$ ανεξ.

2 ρίψεις ζαριού

A: 1η ρίψη 1, 2, 3

B: 1η ρίψη 3, 4, 5

C: άθρ. ρίψ. 9.

$$P(C)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}.$$

$$P(ABC)=\frac{1}{36}$$

$$\|$$

$$P(A)P(B)P(C)$$

$$P(A)=\frac{1}{2}$$

$$P(B)=\frac{1}{2}$$

$$P(AB)=\frac{1}{6}\neq P(A)P(B)$$

Άρα A, B, C όχι ανεξ.

Ανεξαρτησία // Ανεξαρτησία υπό δέσμευση

A, B ανεξ

$$\Updownarrow$$

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

A, B ανεξ. υπό C

$$\Updownarrow$$

$$P(AB|C) = P(A|C)P(B|C)$$

$$\not\Rightarrow \quad | \quad \Leftarrow$$

Παρ 2 ρίψεις δικ. νομίσμ.

K_1 : 1^{η} → κ

K_2 : 2^{η} → κ

D : $1^{\eta} \neq 2^{\eta}$

$\boxed{K_1, K_2 \text{ ανεξ.}}$

$P(K_1 K_2) = \frac{1}{4} = P(K_1)P(K_2)$

$\boxed{\begin{array}{c} \text{όχι} \\ K_1, K_2 \text{ ανεξ.} \mid D \end{array}}$

$P(K_1, K_2 \mid D) = 0 \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$P(K_1 \mid D) = \frac{P(K_1)}{P(D)} \cdot P(D \mid K_1) = \frac{1/2}{1/2} \cdot \frac{1}{2}$

$P(K_2 \mid D) = \frac{1}{2}$

Παραδ:

Επιλογή νομίσμ

Μπλε $\begin{cases} K & 0.99 \\ \Gamma & 0.01 \end{cases}$

Κοκ $\begin{cases} K & 0.01 \\ \Gamma & 0.99 \end{cases}$

K_1 : 1η ρίψη Κ

K_2 : 2η ρίψη Κ

B : Επιλ Μπλε νομ

$P(K_1) = ;$

$P(K_1 K_2 | B) = 0.99^2$

$= P(K_1|B)\,P(K_2|B)$

$\boxed{K_1, K_2 \text{ ανεξ } | B}$

$P(K_2) = ;$

$P(K_1 K_2) = ;$

$$P(K_1) = P(1^{\eta} \text{ ρίψη } K)$$

$$= P\left(\begin{smallmatrix}\text{επιλ}\\ \text{μπλε}\end{smallmatrix}\right) P\left(1^{\eta} \text{ ρίψη } K \,\middle|\, \begin{smallmatrix}\text{επιλ}\\ \text{μπλε}\end{smallmatrix}\right)$$

θοπ

$$+ P\left(\begin{smallmatrix}\text{επιλ.}\\ \text{κον}\end{smallmatrix}\right) P\left(1^{\eta} \text{ ρίψη } K \,\middle|\, \begin{smallmatrix}\text{επιλ}\\ \text{κον}\end{smallmatrix}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.99 + \frac{1}{2} \cdot 0.01 = \frac{1}{2}$$

$$P(K_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(K_1 K_2) = P(\text{1η, 2η ρίψη } K)$$

$$= P\left(\substack{\text{επιλ.}\\ \text{μπλε}}\right) P\left(\text{1η, 2η ρίψη } K \,\middle|\, \substack{\text{επιλ.}\\ \text{μπλε}}\right)$$

$$+ P\left(\substack{\text{επιλ.}\\ \text{κοκ}}\right) P\left(\text{1η, 2η ρίψη } K \,\middle|\, \substack{\text{επιλ.}\\ \text{κοκ}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 0.99^2 + \frac{1}{2}\cdot 0.01^2 \simeq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = P(K_1 K_2) \neq P(K_1)P(K_2) = \frac{1}{4} \Rightarrow K_1, K_2 \text{ όχι ανεξ.}$$

Οκτ 15-4:35 μμ

Έννοιες:

- Ανεξάρτητα
- Ανεξάρτητα ανά ζεύγη
- Ανεξάρτητα δεδομένου άλλου ενδεχ
- Ασυμβίβαστα

Επιλογή τραπουλόχ.

από 51 φύλλα (τράπουλα − 2♢)

A : Το φ. είναι ♣

B : Το φ. είναι K

όχι
A,B ανεξ.

$$P(A) = \frac{13}{51} \qquad P(A)P(B) = \frac{13 \cdot 4}{51^2} = \frac{52}{51^2} = \frac{52}{51} \cdot \frac{1}{51}$$

$$P(B) = \frac{4}{51} \qquad P(AB) = \frac{1}{51}$$

$$P(\overset{\clubsuit}{A}|\overset{K}{B}) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{51}}{\frac{4}{51}} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{13}{52}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{13}{51}}$$

$$P(A|B) < P(A).$$

Παρ: Επιλ. αριθμού από $\{1, 2, \dots, n\}$

A: ο αριθμός άρτιος

B: ο αριθμός διαιρ. με το 3

A, B ανεξ.

Απαντ: Εξαρτάται από το n.

π.χ. $n=4$

$$P(A) = \frac{2}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{4}, \quad P(AB) = \frac{0}{4} \Rightarrow A, B \text{ όχι ανεξ.}$$

Οκτ 15-4:56 μμ

$n = 6$

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(AB) = \frac{1}{6}$

$P(AB) = P(A)P(B)$

A, B ανεξ.