[Θ13] Έστω το σύστημα:

$$\begin{bmatrix} x^1_{k+1} \\ x^2_{k+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x^1_k \\ x^2_k \end{bmatrix} \qquad y_k = \underbrace{[\,I \,\vdots\, 0\,]}_{C} \begin{bmatrix} x^1_k \\ x^2_k \end{bmatrix} = x^1_k$$

Δείξτε ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο αν και μόνο αν το σύστημα: (A_{22}, A_{12}) είναι πλήρως παρατηρήσιμο.

(A, C) πλήρως παρατηρήσιμο $\Leftrightarrow$

$$n = \text{Rank} \begin{bmatrix} sI - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & sI - A_{22} \\ \hline I_p & 0 \end{bmatrix} = p + \text{Rank} \begin{bmatrix} -A_{12} \\ sI - A_{22} \end{bmatrix}.$$

$\Leftrightarrow$ (A_{22}, A_{12}) πλήρως παρατηρήσιμο.

[Θ14] Έστω το σύστημα:

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = [\,3 \quad -1\,]\, \underline{x}_k$$

(α) Δείξτε ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο.

(β) Να σχεδιασθεί παρατηρητής με διάνυσμα κατάστασης $\hat{\underline{x}}_k$ ώστε $e_k := x_k - \hat{x}_k = 0 \quad \forall\, k \geq N$. Να βρεθεί ο μικρότερος ακέραιος N για τον οποίο η παραπάνω συνθήκη ικανοποιείται.

(γ) Έστω ότι $u_k = K \hat{\underline{x}}_k + v_k$ όπου $K = [\,\frac{3}{4} \quad \frac{3}{4}\,]$. Να ορίσετε το σύστημα κλειστού βρόγχου με διάνυσμα κατάστασης $[x_k^T \ \hat{x}_k^T]^T$, είσοδο v_k και έξοδο y_k. Ποιές είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα "A_c" του συστήματος;