ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 2,   18 Μάη 2018

1. Έστω λ το μέτρο Lebesgue και $f:\mathbb{R}\to\overline{\mathbb{R}}$ Lebesgue μετρήσιμη συνάρτηση, τότε ορίζεται πάντα το
   ◯ $\int |f|\,d\lambda$ ◯ $\int f^+\,d\lambda$ ◯ $\int f\,d\lambda$ ◯ $\int \cos f\,d\lambda$
2. Αν $X_n,\ X\in L^2$ και $E(X_n-X)^2\to 0$, τότε
   ◯ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^2} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{p} X$
3. Αν $P_X(A)=\lambda(A\cap(0,1)),\ \forall A\in\mathcal{B}(\mathbb{R})$ τότε η τ.μ. X
   ◯ είναι διακριτή ◯ ακολουθεί την $Unif(0,1)$ ◯ έχει στήριγμα το (0,1) ◯ έχει στήριγμα το [0,1]
4. Αν $|X|\overset{d}{=}|Y|$, τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ;
   ◯ $X\overset{d}{=}Y$ ◯ $X^2\overset{d}{=}Y^2$ ◯ $E|X|=E|Y|$ ◯ $|X|\overset{a.s.}{=}|Y|$
5. Αν (A_n) ακολουθία ενδεχομένων, τότε $\sum_n P(A_n)<+\infty\ \Rightarrow$
   ◯ $P(\liminf A_n)=0$ ◯ $P(\cap A_n)=0$ ◯ $P(\limsup A_n)=0$ ◯ $P(\cup A_n)=0$
6. Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 0;
   ◯ μόνο Γ ◯ τελικά Γ ◯ πεπερασμένα Κ ◯ άπειρα Κ
7. Ποιά από τα επόμενα ισχύουν όταν $\sum E(|X_n|)<\infty$;
   ◯ $P(\sum X_n\in\mathbb{R})=1$ ◯ $E(\sum X_n)\in\mathbb{R}$ ◯ $E(\sum|X_n|)=\sum E|X_n|$ ◯ $E(\sum X_n)=\sum E(X_n)$
8. Αν ν είναι το αριθμητικό μέτρο στο $(\mathbb{N},\mathcal{P}(\mathbb{N}))$, τότε $\int 1_{\{1,\ldots,s\}}\,d\nu=$
   ◯ 1 ◯ s ◯ $s(s+1)/2$
9. Αν λ είναι το μέτρο Lebesgue στον $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}))$, και $\mathbb{Q}$ οι ρητοί, τότε $\int 1_{\mathbb{Q}}\,d\lambda=$
   ◯ $+\infty$ ◯ δεν ορίζεται ◯ 1 ◯ 0
10. Αν δ_i είναι το μέτρο Dirac στο $i\in\mathbb{N}$, τότε
    ◯ $\int_{\mathbb{N}} 1\,d\delta_i=1$ ◯ $\int_{\mathbb{N}} 1\,d\delta_i=i$ ◯ $\nu=\sum_i\delta_i$
11. Αν $P(|X_n-X|>1/n)<1/n^2,\ \forall n=1,2,\ldots$ τότε
    ◯ $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{p} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{c} X$
12. Έστω $f(x)=e^{-x}1_{(0,+\infty)}(x),\ x\in\mathbb{R}$ και $\mu(A)=\int_A f d\lambda,\ \ \forall A\in\mathcal{B}(\mathbb{R})$. Τότε, στον χώρο μέτρου $(\mathbb{R},\mathcal{B}(\mathbb{R}),\mu)$
    ◯ $\mu(A)=0\ \Rightarrow\lambda(A)=0$ ◯ $\lambda(A)=0\ \Rightarrow\ \mu(A)=0$ ◯ $\mu(\mathbb{R})=1$ ◯ $1_{\mathbb{Q}}\overset{a.s.}{=}0$
13. Αν X τ.μ. με πραγματικές τιμές, τότε
    ◯ $E(X)=E(X^+)+E(X^-)$ ◯ $E|X|=E(X^+)-E(X^-)$ ◯ $Var(X)=0\Rightarrow P(X=0)=1$
14. Αν X εκτεταμένη τ.μ., τότε
    ◯ $E(X)=0\Rightarrow X\overset{a.s.}{=}0$ ◯ $E|X|<+\infty\Rightarrow P(X\in\mathbb{R})=1$ ◯ $E|X|=+\infty\Rightarrow P(X=+\infty)>0$
15. Αν X,Y,Z ανεξάρτητες πραγματικές τ.μ., τότε όταν ορίζονται
    ◯ $E(XY)=E(X)E(Y)$ ◯ $Var(XY)=Var(X)Var(Y)$ ◯ $Cov(X,Y^2+Z^2)=0$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!