

## ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 1, 20 Μαρτίου 2019

1. Μία σ-άλγεβρα είναι κλειστή στα/στις
  - συμπληρώματα
  - ενώσεις (αυθαίρετου πλήθους)
  - συμμετρικές διαφορές
  - αριθμήσιμες τομές
2. Μία κλάση Dynkin είναι κλειστή στα/στις
  - αριθμήσιμες τομές
  - πεπερασμένες τομές
  - αριθμήσιμες ξένες ενώσεις
  - αύξουσες ακολουθίες
3. Έστω  $\mathcal{C}$  μία κλάση υποσυνόλων του  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Εξετάστε αν ισχύει  $\sigma(\mathcal{C}) = \delta(\mathcal{C})$ , όταν η  $\mathcal{C}$  είναι
  - $\{\{1, 2\}\}$
  - $\{\{1, 2\}, \{5, 6\}\}$
  - $\{\{3, 4\}, \{4, 5\}\}$
  - $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$
4. Ποιά από τα παρακάτω υποσύνολα του  $\mathbb{R}$  είναι σύνολα Borel ;
  - μονοσύνολα
  - υπεραριθμήσιμα
  - τα υποσύνολα του συνόλου Cantor
  - μη φραγμένα διαστήματα
5. Ποιές απο τις παρακάτω οικογένειες υποσυνόλων του  $\mathbb{R}$  παράγουν τα Borel υποσύνολα του  $\mathbb{R}$  ;
  - αριθμήσιμα
  - φραγμένα διαστήματα
  - μη φραγμένα διαστήματα
  - δυναμοσύνολο του Cantor
6. Έστω  $I_n = [-1/n, 1 + 1/n]$ ,  $n \geq 1$ . Η ακολουθία αυτή συγκλίνει στο
  - $(0, 1)$
  - $[0, 1)$
  - $(0, 1]$
  - $[0, 1]$
7. Αν  $\{q_n\}_{n \geq 1}$  είναι μία αρίθμηση των ρητών  $\mathbb{Q}$ , τότε το μέτρο  $\mu = \sum_{n \geq 1} 2^{-n} \delta_{q_n}$  είναι/έχει :
  - σ-πεπερασμένο μέτρο
  - μέτρο πιθανότητας
  - στήριγμα το  $\mathbb{Q}$
  - στήριγμα το  $\mathbb{R}$
8. Ποιά σύνολα έχουν μέτρο Lebesgue 0 ;
  - οι ρητοί αριθμοί
  - $\bigcap_{n \geq 1} (-1/n, 1/n)$
  - το σύνολο Cantor
  - οι άρρητοι του  $[0, 1]$
9. Το μέτρο  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \delta_n$  είναι/έχει:
  - πεπερασμένο μέτρο
  - σ-πεπερασμένο μέτρο
  - συγκεντρωμένο στο  $\mathbb{N}$
  - στήριγμα το  $\mathbb{N}$
10. Σε χ.π.  $(X, \mathcal{A}, P)$  ποιές απο τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την  $\mathcal{A}$ -ακολουθία  $(A_n)$  ;
  - $P(\bigcap A_n) \leq P(\liminf A_n)$
  - $P(\bigcap A_n) \leq P(\limsup A_n)$
  - $P(\bigcup A_n) \leq P(\limsup A_n)$
11. Σε αυθαίρετο χ.μ.  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  ποιές απο τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την  $\mathcal{A}$ -ακολουθία  $(A_n)$  ;
  - $(A_n) \uparrow \Rightarrow \mu(\bigcup A_n) = \lim \mu(A_n)$
  - $(A_n) \downarrow \Rightarrow \mu(\bigcap A_n) = \lim \mu(A_n)$
  - $\limsup \mu(A_n) \leq \mu(\limsup A_n)$
12. Σε χώρο πεπερασμένου μέτρου  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  ποιές απο τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την  $\mathcal{A}$ -ακολουθία  $(A_n)$  ;
  - $(A_n) \uparrow \Rightarrow \mu(\bigcup A_n) = \lim \mu(A_n)$
  - $(A_n) \downarrow \Rightarrow \mu(\bigcap A_n) = \lim \mu(A_n)$
  - $\limsup \mu(A_n) \leq \mu(\limsup A_n)$
13. Ποιές απο τις παρακάτω  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συναρτήσεις κατανομής ενός μ.π. στον  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$  ;
  - $\mathbb{1}_{(2, +\infty)}(x)$
  - $\mathbb{1}_{[-2, +\infty)}(x)$
  - $\mathbb{1}_{(-\infty, 0]}(x)$
  - $\mathbb{1}_{[0, +\infty)}(x) + \mathbb{1}_{[1, +\infty)}(x)$
14. Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 0;
  - ΓΚΓΚΓΚ...
  - τελικά ΓΚ
  - άπειρα ΓΚ
  - πεπερασμένα ΓΚ
15. Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός δίκαιου ζαριού, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1;
  - άπειρα 6
  - άπειρα 123456
  - τελικά 1
  - πεπερασμένα 1