

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 1, 20 Μαρτίου 2019

- Μία σ -άλγεβρα είναι κλειστή στα/στις
 συμπληρώματα ενώσεις (αυθαίρετου πλήθους) συμμετρικές διαφορές αριθμήσιμες τομές
- Μία κλάση Dynkin είναι κλειστή στα/στις
 αριθμήσιμες τομές πεπερασμένες τομές αριθμήσιμες ξένες ενώσεις αύξουσες ακολουθίες
- Έστω \mathcal{C} μία κλάση υποσυνόλων του $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Εξετάστε αν ισχύει $\sigma(\mathcal{C}) = \delta(\mathcal{C})$, όταν η \mathcal{C} είναι
 $\{\{1, 2\}\}$ $\{\{1, 2\}, \{5, 6\}\}$ $\{\{3, 4\}, \{4, 5\}\}$ $\{\{3\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$
- Ποιά από τα παρακάτω υποσύνολα του \mathbb{R} είναι σύνολα Borel ;
 μονοσύνολα υπεραριθμήσιμα τα υποσύνολα του συνόλου Cantor μη φραγμένα διαστήματα
- Ποιές από τις παρακάτω οικογένειες υποσυνόλων του \mathbb{R} παράγουν τα Borel υποσύνολα του \mathbb{R} ;
 αριθμήσιμα φραγμένα διαστήματα μη φραγμένα διαστήματα δυναμοσύνολο του Cantor
- Έστω $I_n = [-1/n, 1 + 1/n]$, $n \geq 1$. Η ακολουθία αυτή συγκλίνει στο
 $(0, 1)$ $[0, 1)$ $(0, 1]$ $[0, 1]$
- Αν $\{q_n\}_{n \geq 1}$ είναι μία αρίθμηση των ρητών \mathbb{Q} , τότε το μέτρο $\mu = \sum_{n \geq 1} 2^{-n} \delta_{q_n}$ είναι/έχει :
 σ -πεπερασμένο μέτρο μέτρο πιθανότητας στήριγμα το \mathbb{Q} στήριγμα το \mathbb{R}
- Ποιά σύνολα έχουν μέτρο Lebesgue 0 ;
 οι ρητοί αριθμοί $\bigcap_{n \geq 1} (-1/n, 1/n)$ το σύνολο Cantor οι άρρητοι του $[0, 1]$
- Το μέτρο $\sum_{n \in \mathbb{N}} \delta_n$ είναι/έχει:
 πεπερασμένο μέτρο σ -πεπερασμένο μέτρο συγκεντρωμένο στο \mathbb{N} στήριγμα το \mathbb{N}
- Σε $\chi.π.$ (X, \mathcal{A}, P) ποιές από τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την \mathcal{A} -ακολουθία (A_n) ;
 $P(\bigcap A_n) \leq P(\liminf A_n)$ $P(\bigcap A_n) \leq P(\limsup A_n)$ $P(\bigcup A_n) \leq P(\limsup A_n)$
- Σε αυθαίρετο $\chi.μ.$ (X, \mathcal{A}, μ) ποιές από τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την \mathcal{A} -ακολουθία (A_n) ;
 $(A_n) \uparrow \Rightarrow \mu(\bigcup A_n) = \lim \mu(A_n)$ $(A_n) \downarrow \Rightarrow \mu(\bigcap A_n) = \lim \mu(A_n)$ $\limsup \mu(A_n) \leq \mu(\limsup A_n)$
- Σε χώρο πεπερασμένου μέτρου (X, \mathcal{A}, μ) ποιές από τις σχέσεις ισχύουν πάντα για την \mathcal{A} -ακολουθία (A_n) ;
 $(A_n) \uparrow \Rightarrow \mu(\bigcup A_n) = \lim \mu(A_n)$ $(A_n) \downarrow \Rightarrow \mu(\bigcap A_n) = \lim \mu(A_n)$ $\limsup \mu(A_n) \leq \mu(\limsup A_n)$
- Ποιές από τις παρακάτω $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συναρτήσεις κατανομής ενός $\mu.π.$ στον $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$;
 $\mathbb{1}_{(2, +\infty)}(x)$ $\mathbb{1}_{[-2, +\infty)}(x)$ $\mathbb{1}_{(-\infty, 0]}(x)$ $\mathbb{1}_{[0, +\infty)}(x) + \mathbb{1}_{[1, +\infty)}(x)$
- Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά από τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 0;
 ΓΚΓΚΓΚ... τελικά ΓΚ άπειρα ΓΚ πεπερασμένα ΓΚ
- Σε μία άπειρη ακολουθία ανεξάρτητων ρίψεων ενός δίκαιου ζαριού, ποιά από τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1;
 άπειρα 6 άπειρα 123456 τελικά 1 πεπερασμένα 1