ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 2, 8/1/2024

1. Αν λ είναι το μέτρο Lebesgue και $f : \mathbb{R} \to [0, \infty]$ Lebesgue μετρήσιμη συνάρτηση, τότε
   ◯ $\int f\, d\lambda$ ορίζεται ◯ $\int f\, d\lambda = 0 \Rightarrow \lambda\{f > 0\} = 0$ ◯ $f = 0$, λ-a.e. ◯ f συνεχής λ-a.e.
2. Αν $E(\sqrt{|X_n - X|}) \to 0$, τότε
   ◯ $X_n \xrightarrow{L^1} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^{1/2}} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^\infty} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{p} X$
3. Αν $X \sim N(0, 1)$, τότε το θετικό μέρος X^+ της X είναι
   ◯ συνεχής τ.μ. ◯ διακριτή τ.μ. ◯ μικτή τ.μ. ◯ ισόνομη με τη X^-
4. Αν $X \stackrel{d}{=} Y$, τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ?
   ◯ $e^X \stackrel{d}{=} e^Y$ ◯ $X \stackrel{a.s.}{=} Y$ ◯ $E|X| = E|Y|$ ◯ $\mathbb{P}_X = \mathbb{P}_Y$
5. Αν (A_n) ακολουθία ενδεχομένων, τότε $\sum_n \mathbb{P}(A_n) < +\infty \Rightarrow$
   ◯ $\mathbb{P}(\liminf A_n) = 0$ ◯ $\mathbb{P}(\cap A_n) = 0$ ◯ $\mathbb{P}(\limsup A_n) = 0$ ◯ $\mathbb{P}(\cup A_n) = 0$
6. Σε μία άπειρη ακολουθία (ανεξάρτητων) ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1 ?
   ◯ όλα Κ ◯ άπειρες φορές Κ ◯ εναλλαγή ΚΓ συνεχώς ◯ 40 φορές Γ
7. Ποιά από τα επόμενα ισχύουν για μία συνάρτηση πυκνότητας f συνεχούς τ.μ. ?
   ◯ $f > 0$ ◯ $\int f d\lambda = 1$ ◯ f Borel μετρήσιμη ◯ f συνεχής συνάρτηση
8. Με απευθείας χρήση ποιών θεωρημάτων σύγκλισης συμπεραίνουμε ότι $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 x^n dx = 0$?
   ◯ φραγμένης ◯ μονότονης ◯ καλουπωμένης ◯ κυριαρχημένης
9. Αν $X_n \xrightarrow{a.s.} X$, τότε
   ◯ $X_n \xrightarrow{p} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{c} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^2} X$ ◯ $X_n \xrightarrow{L^\infty} X$
10. Αν $\forall \epsilon > 0,\ \sum_n P(|X_n - 1| > \epsilon) < \infty$, τότε
    ◯ $X_n \xrightarrow{L^\infty} 1$ ◯ $X_n \xrightarrow{c} 1$ ◯ $X_n \xrightarrow{a.s.} 1$ ◯ $X_n \xrightarrow{p} 1$
11. Το Θεώρημα Fubini
    ◯ προϋποθέτει σ-πεπερασμένα μέτρα ◯ αφορά μη αρνητικές συναρτήσεις ◯ επιτρέπει εναλλαγή ολοκληρωμάτων ◯ επιτρέπει εναλλαγή σειρών
12. Η σ-άλγεβρα γινόμενο
    ◯ είναι καρτεσιανό γινόμενο σ-αλγεβρών ◯ παράγεται από τα μετρήσιμα ορθογώνια ◯ αποτελείται από τα μετρήσιμα ορθογώνια ◯ αποτελείται από τους μετρήσιμους κύκλους