

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - QUIZ 2, 8/1/2024

- Αν λ είναι το μέτρο Lebesgue και $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$ Lebesgue μετρήσιμη συνάρτηση, τότε
 $\checkmark \int f d\lambda$ **ορίζεται** $\checkmark \int f d\lambda = 0 \Rightarrow \lambda\{f > 0\} = 0$ $f = 0$, λ -a.e. f συνεχής λ -a.e.
- Αν $E(\sqrt{|X_n - X|}) \rightarrow 0$, τότε
 $X_n \xrightarrow{L^1} X$ $\checkmark X_n \xrightarrow{L^{1/2}} X$ $X_n \xrightarrow{L^\infty} X$ $\checkmark X_n \xrightarrow{p} X$
- Αν $X \sim N(0, 1)$, τότε το θετικό μέρος X^+ της X είναι
 συνεχής τ.μ. διακριτή τ.μ. \checkmark **μικτή τ.μ.** \checkmark **ισόνομη με τη X^-**
- Αν $X \stackrel{d}{=} Y$, τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ?
 $\checkmark e^X \stackrel{d}{=} e^Y$ $X \stackrel{a.s.}{=} Y$ $\checkmark E|X| = E|Y|$ $\checkmark \mathbb{P}_X = \mathbb{P}_Y$
- Αν (A_n) ακολουθία ενδεχομένων, τότε $\sum_n \mathbb{P}(A_n) < +\infty \Rightarrow$
 $\checkmark \mathbb{P}(\liminf A_n) = 0$ $\checkmark \mathbb{P}(\cap A_n) = 0$ $\checkmark \mathbb{P}(\limsup A_n) = 0$ $\mathbb{P}(\cup A_n) = 0$
- Σε μία άπειρη ακολουθία (ανεξάρτητων) ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1 ?
 όλα \mathbf{K} \checkmark **άπειρες φορές \mathbf{K}** εναλλαγή \mathbf{K} συνεχώς 40 φορές \mathbf{K}
- Ποιά από τα επόμενα ισχύουν για μία συνάρτηση πυκνότητας f συνεχούς τ.μ. ?
 $f > 0$ $\checkmark \int f d\lambda = 1$ $\checkmark f$ **Borel μετρήσιμη** f συνεχής συνάρτηση
- Με απευθείας χρήση ποιών θεωρημάτων σύγκλισης συμπεραίνουμε ότι $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n dx = 0$?
 \checkmark **φραγμένης** μονότονης καλουπωμένης \checkmark **κυριαρχημένης**
- Αν $X_n \xrightarrow{a.s.} X$, τότε
 $\checkmark X_n \xrightarrow{p} X$ $X_n \xrightarrow{c} X$ $X_n \xrightarrow{L^2} X$ $X_n \xrightarrow{L^\infty} X$
- Αν $\forall \epsilon > 0, \sum_n P(|X_n - 1| > \epsilon) < \infty$, τότε
 $X_n \xrightarrow{L^\infty} 1$ $\checkmark X_n \xrightarrow{c} 1$ $\checkmark X_n \xrightarrow{a.s.} 1$ $\checkmark X_n \xrightarrow{p} 1$
- Το Θεώρημα Fubini
 \checkmark **προϋποθέτει σ-πεπερασμένα μέτρα** αφορά μη αρνητικές συναρτήσεις \checkmark **επιτρέπει εναλλαγή ολοκληρωμάτων** \checkmark **επιτρέπει εναλλαγή σειρών**
- Η σ -άλγεβρα γινόμενο
 είναι καρτεσιανό γινόμενο σ -αλγεβρών \checkmark **παράγεται από τα μετρήσιμα ορθογώνια** αποτελείται από τα μετρήσιμα ορθογώνια αποτελείται από τους μετρήσιμους κύκλους