

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η συμπερίληψη και η διαφοροποίηση συνδέονται στενά με την πορεία που έχει διανύσει η ιδέα της «εκπαίδευσης χωρίς αποκλεισμούς», εκκινώντας από τη φάση του αποκλεισμού, προχωρώντας στη φάση της ένταξης και καταλήγοντας στη φάση της συμπερίληψης. Η διαφοροποίηση στην εκπαίδευση σχετίζεται σημαντικά με την εκπαίδευση ατόμων σε τάξεις συμπερίληψης.

Η συμπερίληψη στη μαθηματική εκπαίδευση αφορά έννοιες όπως η ετερότητα, η ισότητα, η δικαιοσύνη στην εκπαίδευση, ο σεβασμός, το δικαίωμα στη μάθηση των μαθηματικών, καθώς και η υποστήριξη της διαφορετικότητας. **Η συμπερίληψη στη μάθηση των μαθηματικών** αφορά την ενίσχυση περιβαλλόντων μάθησης που ποικίλλουν λόγω διαφορών στο πλαίσιο εργασίας του μαθητή, για παράδειγμα διαφορές στη γλώσσα επικοινωνίας, στη γεωγραφική περιοχή, και την ενίσχυση συναισθηματικών πτυχών της μάθησης (αυτοεκτίμηση, αυτοπεποίθηση). **Η συμπερίληψη στη διδασκαλία των μαθηματικών** αφορά την ενίσχυση των διδακτικών πρακτικών προς την κατεύθυνση της έμφασης στην εννοιολογική γνώση, την κατανόηση και τη διερεύνηση, της οργάνωσης της διδασκαλίας από διαφορετικό σημείο ‘μαθησιακής εκκίνησης’, της χρήσης ψηφιακών εργαλείων, της αξιοποίησης των πολιτισμικών στοιχείων των μαθητών, θεμάτων φύλου και μαθηματικών, αξιολόγησης στα μαθηματικά και της υπέρβασης εμποδίων συμπερίληψης, τα οποία οδηγούν στη δημιουργία ανισοτήτων.

Η διαφοροποίηση στα μαθηματικά αντιμετωπίζεται ως μια σύγχρονη διδακτική προσέγγιση, η οποία στοχεύει στη δημιουργία συνθηκών ανάπτυξης κριτικά σκεπτόμενων ατόμων, καθώς και στην εκπαίδευση των μαθητών σε δεξιότητες επίλυσης καθημερινών προβλημάτων. **Η διαφοροποίηση στη μάθηση των μαθηματικών** βασίζεται στη θέαση της μάθησης ως κοινωνικής διαδικασίας, με κοινωνικο-πολιτισμική προοπτική μάθησης, η οποία λαμβάνει υπόψη τα διαφορετικά χαρακτηριστικά των μαθητών σε διαφορετικά πλαίσια. Τέλος, η **διαφοροποίηση στη διδασκαλία των μαθηματικών** θεωρείται ως αξιοποίηση της ετερότητας των μαθητών στην αλληλεπίδραση και την επικοινωνία στην τάξη των μαθηματικών.

Παρακάτω, παρουσιάζονται το περιεχόμενο και οι στρατηγικές διαφοροποίησης και συμπερίληψης σε πολυπολιτισμικές τάξεις των μαθηματικών.

2. Διαφοροποίηση και συμπερίληψη

Η σημερινή εκπαιδευτική πραγματικότητα αντιμετωπίζει μια σειρά από παιδαγωγικές προκλήσεις για συμπεριληπτική διδασκαλία στις πολυπολιτισμικά διαφοροποιημένες σύγχρονες τάξεις των μαθηματικών, γεγονός που αναδεικνύει την ανάγκη για διαφοροποίηση της διδασκαλίας στα μαθηματικά.

Σε αυτή την κατεύθυνση, η κατανόηση των ‘αποκλίσεων’ που παρατηρούνται στην τάξη των μαθηματικών οδήγησε το ερευνητικό ενδιαφέρον της μαθηματικής κοινότητας στην αναζήτηση διδακτικών προσεγγίσεων που υποστηρίζουν την άμβλυνση των αποκλίσεων αυτών, σε ένα πλαίσιο συμπερίληψης και διαφοροποίησης της διδασκαλίας.

Η διαφοροποιημένη διδασκαλία εστιάζεται στον κάθε μαθητή χωριστά, στο διαφορετικό μαθησιακό ‘στυλ’, στα ενδιαφέροντα και στα κοινωνικο-πολιτισμικά χαρακτηριστικά, καθώς και στην ποικιλομορφία που παρουσιάζεται μέσα στη σχολική τάξη. Με βάση αυτά τα χαρακτηριστικά στόχος της διαφοροποιημένης διδασκαλίας είναι η ενίσχυση της συμμετοχής του συνόλου των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία. Η αναγκαιότητα της διαφοροποιημένης διδασκαλίας προέκυψε από την ανάγκη της εκπαίδευσης ατόμων μέσα σε συμπεριληπτικές τάξεις (Alavinia & Farhady, 2012) και συνιστά ‘κλειδί’ για μια επιτυχή συμπεριληπτική εκπαίδευση (Katz, 2013). Οι μαθητές, ζώντας στην εποχή της πληροφορίας, διαθέτουν γνώσεις, εμπειρίες και ικανότητες, σε πολλές περιπτώσεις διαφορετικές, γεγονός που δημιουργεί την ανάγκη διαφοροποίησης της διδασκαλίας, ανεξάρτητα από την ύπαρξη ή μη μιας μαθησιακής δυσκολίας.

Παρά το γεγονός ότι η διαφοροποιημένη διδασκαλία δεν αποτελεί μια νέα ιδέα, το αίτημα για διαφοροποίηση έχει καταλάβει κεντρική θέση στην εκπαίδευση ως ‘μέσο’ για την ικανοποίηση των μαθησιακών αναγκών του συνόλου των μαθητών στην τάξη. Διάφοροι ορισμοί έχουν διατυπωθεί για να προσδιορίσουν το περιεχόμενο της διαφοροποιημένης διδασκαλίας και σχεδόν όλοι ‘συμφωνούν’ στο ότι πρόκειται για μια οργανωμένη διδακτική προσέγγιση κατά την οποία ο εκπαιδευτικός συνυπολογίζει το επίπεδο του κάθε μαθητή ώστε η μάθηση να έχει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα.

Η **διαφοροποιημένη διδασκαλία** είναι ένας οργανωμένος, αλλά και ευέλικτος τρόπος εκ των προτέρων προσαρμογής της διδασκαλίας, συνεπώς και της μάθησης, βάσει του ατομικού ‘προφίλ’ των μαθητών της κάθε τάξης, προκειμένου να τους βοηθήσει να επιτύχουν το μέγιστο δυνατό μαθησιακό αποτέλεσμα (Tomlinson, 1999). Στον αντίποδα της διαφοροποιημένης διδασκαλίας συναντάται η μονοδιάστατη διδασκαλία που απευθύνεται σε όλους τους μαθητές με τον ίδιο τρόπο.

Στη βιβλιογραφία ο όρος **συμπερίληψη** χρησιμοποιείται τόσο ως μια **ιδεολογία** που αφορά θέματα ισότητας και κοινωνικής δικαιοσύνης όσο και ως **τρόπος διδασκαλίας**. Όταν η συμπερίληψη αντιμετωπίζεται ως **ιδεολογία** τότε αναδεικνύονται και διατυπώνονται οι **ανάγκες της ένταξης όλων των μαθητών σε εκπαιδευτικές δράσεις** και σχετίζεται άμεσα με την παροχή ίσων ευκαιριών για συμμετοχή και μάθηση στη μαθηματική εκπαίδευση. Όταν η συμπερίληψη αντιμετωπίζεται ως **τρόπος οργάνωσης της διδασκαλίας** τότε αναφέρονται **διδακτικές παρεμβάσεις** που στοχεύουν στην εμπλοκή όλων των μαθητών στη μαθηματική δράση (Roos, 2019).

Οι δύο προσεγγίσεις ‘συνομιλούν’, καθώς υπερασπίζονται την άποψη ότι η συμπερίληψη συνιστά θεμελιώδες ανθρώπινο δικαίωμα και εδράζονται στις αρχές της κοινωνικής δικαιοσύνης, ενώ προτείνουν πρακτικές δημιουργίας κλίματος αμοιβαίας αποδοχής και σεβασμού ανάμεσα σε όλα τα μέλη της σχολικής κοινότητας. Η διαφοροποιημένη διδασκαλία συνιστά βέλτιστη διδακτική επιλογή για την ουσιαστική συμπερίληψη όλων των μαθητών και τη διασφάλιση των παραπάνω αναφαίρετων δικαιωμάτων τους (Βαλιαντή, 2015).

3. Στρατηγικές διαφοροποίησης και συμπερίληψης

Οι εκπαιδευτικοί που διαφοροποιούν τη διδασκαλία τους αναγνωρίζουν ότι οι μαθητές διαφέρουν μεταξύ τους και συνειδητοποιούν ότι είναι σημαντικό να αλλάξουν τον τρόπο που διδάσκουν ώστε να ‘συναντήσουν’ τις ιδιαίτερες ανάγκες και ικανότητές τους. Οι μαθητές μπορεί να διαφέρουν ως προς τον τρόπο και τον ρυθμό με τον οποίο μαθαίνουν, τα ενδιαφέροντά τους, τις προηγούμενες γνώσεις και τις εμπειρίες τους, τις πολιτισμικές τους αναφορές, καθώς και τη γλώσσα τους. Μέσω στρατηγικών **διαφοροποίησης και συμπερίληψης** οι μαθητές θα προσεγγίσουν κοινά προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (ΠΜΑ) ακολουθώντας διαφορετικές διαδρομές.

Μια διαφοροποιημένη σχολική τάξη προσφέρει στους μαθητές διαφορετικά μονοπάτια για την κατάκτηση του περιεχομένου της διδασκαλίας και προκαλεί τον εκπαιδευτικό να υποστηρίζει τους μαθητές στην ατομική τους πορεία προς την κατανόηση ιδεών και διαδικασιών (Tomlinson, 2001; 1999).

Η συμπεριληπτική εκπαίδευση αποτελεί ένα σπουδαίο βήμα για την εμπλοκή όλων των μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία και για τον περιορισμό του αποκλεισμού (Slee & Allan, 2001). Τις τελευταίες δεκαετίες, όλο και πιο συχνά και σε περισσότερες χώρες, η συμπερίληψη διαδραματίζει πρωτεύοντα ρόλο στην εκπαιδευτική επιλογή, καθώς θεωρείται ιδιαίτερα σημαντική για την υπεράσπιση των ανθρώπινων δικαιωμάτων και τη θεμελίωση μιας ενοποιητικής κοινωνίας. Απευθύνεται δε σε όλους τους μαθητές, οι οποίοι αντιμετωπίζονται ισότιμα και με σεβασμό, έχοντας τις ίδιες ευκαιρίες ανεξάρτητα από τις γνωστικές δυνατότητες, την πολιτισμική ή εθνική προέλευση, το φύλο και τη γλώσσα (Barton, 2003; Winter & O’Raw, 2010; Sharma, Loreman & Forlin, 2012).

Μια κοινωνία για να είναι δίκαιη οφείλει να θεμελιώνει το δικαίωμα του κάθε παιδιού για εκπαίδευση. Η ποιότητα κάθε σχολείου εξαρτάται από την προσβασιμότητα στη γνώση και τη μάθηση που εξασφαλίζει σε κάθε μαθητή, καθώς και από την υποστήριξη που του παρέχει για αυτόν τον σκοπό. Οι παλαιότεροι όροι ‘ένταξη’ (integration) και ‘ενσωμάτωση’ (incorporation) αντικαθίστανται σήμερα από τον όρο ‘συμπερίληψη’ (inclusion), που εκφράζει έναν προσανατολισμό της κοινωνίας

προς μια συνεχή εξέλιξη του σχολείου, με πρωταρχικό στόχο την αρχή της ισοτιμίας και της δημοκρατίας και αξίες όπως ο σεβασμός στη διαφορετικότητα, στα δικαιώματα και τις ανάγκες όλων των παιδιών, χωρίς κανένα διαχωρισμό και καμία εξαίρεση.

Η διαφοροποιημένη διδασκαλία δεν ταυτίζεται με την ταξινόμηση των μαθητών σε τροχιές επίδοσης. Αντίθετα η ανάπτυξη διαφοροποιημένων πρακτικών σε μια σχολική τάξη στηρίζεται στην καλή γνώση των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων του Προγράμματος Σπουδών, στην ευαισθησία και την ανταπόκριση στις ιδιαίτερες ανάγκες κάθε παιδιού, στην ενσωμάτωση της διαμορφωτικής αξιολόγησης στη διδασκαλία, στη διαρκή προσαρμογή του περιεχομένου, της διαδικασίας και των προϊόντων που παράγονται, ώστε αυτά να ταιριάζουν με το επίπεδο των πρότερων γνώσεων και το μαθησιακό προφίλ κάθε μαθητή, ενώ έχουν πλέον χαρακτηριστεί αναγκαίες πρακτικές για την εξέλιξη της ζωής ενός ενήλικα (Ford et al., 1989, Neel & Billingsley, 1989).

Ορισμένες από τις παραπάνω πρακτικές συζητούνται στη συνέχεια:

(α) Ο κύκλος σχεδιασμού και επανασχεδιασμού της διδασκαλίας

Οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν διαγνωστικές διαδικασίες για να εντοπίσουν τις ανάγκες του κάθε μαθητή και στη συνέχεια τροποποιούν προοδευτικά: α) το μαθηματικό περιεχόμενο (το είδος του μαθηματικού έργου, τα ΠΜΑ), β) τις διδακτικές πρακτικές και γ) την αξιοποίηση μιας ποικιλίας εργαλείων αξιολόγησης σχεδιάζοντας και επανασχεδιάζοντας τη διδασκαλία τους. Ο στόχος όλων αυτών των δράσεων είναι η διερεύνηση των αναγκών των μαθητών και η μεγιστοποίηση των ευκαιριών για μάθηση (Tomlinson & Imbeau, 2010; Ireh & Ibeneme, 2010).

(β) Η επιλογή και η σχεδίαση μαθηματικών έργων στην κατεύθυνση της διαφοροποιημένης και συμπεριληπτικής διδασκαλίας

Η επιλογή μαθηματικών έργων: Ένα πρώτο κριτήριο επιλογής μαθηματικών έργων μπορεί να είναι οι πολλαπλές λύσεις που αυτά μπορεί να επιδέχονται, καθώς και οι διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους προσκαλούν τον μαθητή να εμπλακεί. Ένα δεύτερο κριτήριο επιλογής είναι η υψηλή προσβασιμότητα που αυτά μπορεί να έχουν σε συνδυασμό με τη δυνατότητα επέκτασής τους είτε μέσω της πρόκλησης για την επίλυση με περισσότερους τρόπους, για εκείνους τους μαθητές που ολοκληρώνουν την αρχική πρόκληση, είτε μέσω της διατύπωσης μιας νέας ερώτησης ή ενός παρόμοιου έργου. Πρόκειται με άλλα λόγια για έργα με ‘χαμηλό κατώφλι και υψηλό ταβάνι’. Τέλος, ένα τρίτο κριτήριο επιλογής μαθηματικών έργων είναι η δυνατότητα που προσφέρουν για αναπαράσταση με χειραπτικά υλικά ή μέσω εξεικόνισης της δομής και της λύσης τους (Boaler, 2015).

Η σχεδίαση μαθηματικών έργων διαβαθμισμένης πολυπλοκότητας (Tiered activities): Οι μαθητές εμπλέκονται στην επίλυση προβλημάτων με διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας. Τα μαθηματικά έργα διατηρούν την ίδια εστίαση ως προς τα

προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος αλλά παρέχουν ποικίλες διαδρομές πρόσβασης και διαχείρισης της πληροφορίας (Pierce & Adams, 2005).

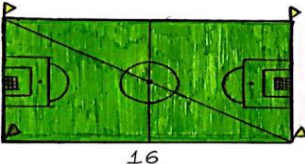
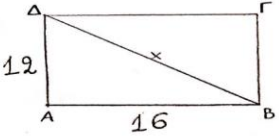
Αυτό μπορεί να γίνει με τη χρήση *προτροπών ενεργοποίησης* (enabling prompts) και *προτροπών επέκτασης* (extending prompts) (Sullivan, et al., 2015). **Οι προτροπές ενεργοποίησης** μπορούν να «ενεργοποιήσουν» τους μαθητές να εργαστούν πάνω στο μαθηματικό έργο και μπορεί να αφορούν την απλοποίηση του προβλήματος (π.χ. αφαιρώντας ένα βήμα από το πρόβλημα) ή προσθέτοντας αναπαραστάσεις που θα μπορούσαν να βοηθήσουν τους μαθητές στην καλύτερη κατανόησή του. **Οι προτροπές επέκτασης** μπορεί να προσφέρουν μια ιδιαίτερη πρόκληση στα παιδιά που ολοκλήρωσαν γρήγορα την εργασία τους. Τέτοιες προτροπές επέκτασης μπορεί να είναι η διαμόρφωση μιας άλλης λύσης, η αλλαγή στα δεδομένα και τα ζητούμενα, ο αναστοχασμός στον τρόπο που εργάστηκαν οι μαθητές ή η δημιουργία ενός παρόμοιου ως προς τη δομή έργου με το αρχικό αλλά με διαφορετικά δεδομένα ή ζητούμενα. Σε καμιά περίπτωση οι προτροπές ενεργοποίησης δεν αντιπροσωπεύουν απαραίτητα ‘υποβαθμισμένες εκδοχές’ του μαθηματικού έργου και οι προτροπές επέκτασης δεν μπορεί να σημαίνουν περισσότερη δουλειά για ορισμένους μαθητές.

Στο σημείο αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες όλοι οι μαθητές εργάζονται με τις ίδιες σημαντικές έννοιες και δεξιότητες, αλλά προχωρούν με διαφορετικά επίπεδα υποστήριξης, δυσκολίας ή πολυπλοκότητας. Εναλλακτικά, αναπτύσσονται κέντρα ενδιαφέροντος, τα οποία ενθαρρύνουν τους μαθητές και τις μαθήτριες να διερευνήσουν υποενότητες του περιεχομένου που διδάσκεται και δημιουργείται από τον εκπαιδευτικό, καταλόγους εργασιών, προσωπικές ατζέντες που συμπληρώνουν οι ίδιοι, και οι οποίες περιέχουν εργασίες κοινές για το σύνολο της τάξης, αλλά και εργασίες που αντιστοιχούν σε ιδιαίτερες ατομικές ανάγκες μαθητών. Στις περιπτώσεις που κρίνεται απαραίτητο τροποποιούνται τα χρονικά περιθώρια που έχει στη διάθεσή του ο μαθητής για να ολοκληρώσει μια εργασία, προκειμένου να δοθεί περαιτέρω υποστήριξη ή ενθάρρυνση ώστε να επιτευχθεί η εμβάθυνση σε ένα θέμα.

(γ) Η αξιοποίηση της ποικιλίας των μαθηματικών αναπαραστάσεων μορφών έκφρασης και λόγου, καθώς και χειραπτικών υλικών στον σχεδιασμό και την υλοποίηση της διδασκαλίας

Τα μαθηματικά είναι μια πλούσια ‘γλώσσα’ που αξιοποιεί πληθώρα εργαλείων (χειραπτικών και ψηφιακών) και αναπαραστάσεων (εικονιστικών και συμβολικών) και μια ποικιλία μορφών/ υφών έκφρασης και λόγου, όπως η καθημερινή γλώσσα και η μαθηματική γλώσσα. Η ποικιλία αυτή μπορεί να αποτελέσει τη βάση για τη διατύπωση του ίδιου μαθηματικού έργου με διαφορετικούς τρόπους (Erath, Ingram, Moschkovich & Prediger, 2021) αλλά και να υποστηρίξει τους μαθητές στη σταδιακή μετάβαση από τη μια μορφή έκφρασης στην άλλη (βλ. Παράρτημα).





Ένα παράδειγμα πολλαπλής διατύπωσης του ίδιου μαθηματικού έργου φαίνεται στην Εικόνα 1. Σε αυτό το παράδειγμα παρατηρείται η αξιοποίηση των πολλαπλών αναπαραστάσεων στη διατύπωση του ίδιου προβλήματος.

ΕΙΔΗ ΓΛΩΣΣΙΚΗΣ ΣΚΕΦΡΑΣΗΣ / ΕΚΦΡΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΩΣΕΩΝ	ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗ	ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΛΕΚΤΙΚΗ	<p>Μια παρέα αγοριών παίζουν μπάλα σε ένα γήπεδο. Η μεγάλη πλευρά του γηπέδου είναι τέσσερα μέτρα μακρύτερη από την μικρή πλευρά του γηπέδου, στην οποία υπάρχει το τέρμα. Αν η μικρή πλευρά του γηπέδου είναι 12 μέτρα, να υπολογιστεί πόσα μέτρα είναι η διαγώνιος του γηπέδου.</p>	<p>Να υπολογιστεί η διαγώνιος ορθογωνίου με πλάτος 12 και μήκος 4 μέτρα μεγαλύτερο από το πλάτος.</p>
ΓΡΑΦΙΚΗ	 <p>διαγώνιος του γηπέδου = x</p>	 <p>διαγώνιος του ορθογωνίου = x</p>
ΣΥΜΒΟΛΙΚΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ	<p>Γήπεδο με μικρή πλευρά = 12 μεγάλη πλευρά = 16 (= μικρή + 4) Διαγώνιος γηπέδου = x</p>	<p>Ορθογώνιο με: πλάτος = 12 μήκος = 16 (= πλάτος + 4) Διαγώνιος ορθογωνίου = x</p>
ΣΥΜΒΟΛΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ	<p>—</p>	<p>Ορθογώνιο ΑΒΓΔ (ΑΒ ⊥ ΑΔ) ΑΔ = 12 (πλάτος) ΑΒ = 16 (μήκος) ΒΔ = $x = x$ (υποτείνουσα)</p>

Εικόνα 1: Η πολλαπλή διατύπωση του ίδιου μαθηματικού έργου

Ταυτόχρονα, η σύνδεση της καθημερινής γλώσσας με τη μαθηματική γλώσσα θα μπορούσε να ακολουθεί μια σταδιακή τροχιά. Ένα παράδειγμα δίνεται στον πίνακα 1 στον οποίο παρατηρείται η σταδιακή μετάβαση από την καθημερινή στη συμβολική-αριθμητική αναπαράσταση ενός αριθμού, η οποία διαμεσολαβείται από τη σχηματική αναπαράσταση. Ταυτόχρονα παρατηρείται ότι οι ερωτήσεις προς τους μαθητές κλιμακώνονται σταδιακά, από απλές που αφορούν τη συμπλήρωση κενού σε σύνθετες, οι οποίες καλούν τον μαθητή να παρατηρήσει τις αλλαγές στην κλασματική ποσότητα και στη συνέχεια να τις αιτιολογήσει (Prediger & Wessel, 2013).

Πίνακας 1: Μέρη μιας σοκολατένιας μπάρας

(α) Ο Κέναν και οι φίλοι του μοιράζονται μια σοκολατένια μπάρα. Ο Κέναν θέλει να ξέρει ποιο μέρος της μπάρας θα πάρει όταν θα μοιραστεί με έναν φίλο του ή με δύο, τρεις ή τέσσερις φίλους, γι'αυτό και ετοίμασε τον παρακάτω πίνακα. Να συμπληρώσεις τον πίνακα.		
Σοκολατένια μπάρα (χωρισμένη για τους φίλους του Κέναν):	Η εικόνα μου	Ο Κέναν θα πάρει:
1 μπάρα 2 φίλοι		$\frac{1}{2}$
1 μπάρα 3 φίλοι		
1 μπάρα 4 φίλοι		
1 μπάρα 5 φίλοι		
(β) Να μελετήσεις τον πίνακα προσεκτικά και να σκεφτείς για τα παρακάτω: Τι συμβαίνει με το κομμάτι της σοκολατένιας μπάρας του Κέναν; Γιατί άλλαξε το κομμάτι της σοκολατένιας μπάρας του Κέναν;		

Η αξιοποίηση της πληθώρας των μαθηματικών αναπαραστάσεων στη διδασκαλία μπορεί να εμπλέκει τους μαθητές σε πλούσιες μορφές μαθηματικής έκφρασης και λόγου, καθώς και να υποστηρίζει την πολύπλευρη κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Ταυτόχρονα, μπορεί να αξιοποιηθεί διδακτικά στη διδασκαλία των μαθηματικών σε πολυπολιτισμικές τάξεις (Wessel & Erath, 2018; Prediger & Neugebauer, 2020).

Ταυτόχρονα, η αξιοποίηση ποικιλίας διδακτικών εργαλείων (ψηφιακών, χειραπτικών κ.ά.) επιταχύνει τη μάθηση διευκολύνοντας τη διαφοροποίηση της διδασκαλίας με βάση τα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες των μαθητών.

(δ) Η παροχή υποστήριξης και καθοδήγησης

Η υποστήριξη μπορεί να είναι ατομική (προς έναν μαθητή) ή συλλογική (προς μια ομάδα μαθητών ή προς ολόκληρη την τάξη). Επιπλέον μπορεί να αφορά την ενδυνάμωση της συμμετοχής των μαθητών στις μαθηματικές πρακτικές αλλά και τη διαχείριση του άγχους και της απογοήτευσης κατά την εμπλοκή τους σε ένα μαθηματικό έργο. Κρίσιμη απόφαση για τον εκπαιδευτικό είναι το επίπεδο διαβαθμισμένης υποστήριξης που χρειάζεται να παρέχει. Σε αυτή την περίπτωση, η

προληπτική διατύπωση ερωτήσεων και η επαναφώνηση (επανάκφραση) των εικασιών και των επιχειρημάτων που διατυπώνουν οι μαθητές μπορούν να προσφέρουν ευκαιρίες για κατάλληλα διαβαθμισμένη βοήθεια, δημιουργώντας ευκαιρίες εξέλιξης πέραν της τρέχουσας ευχέρειας που διαθέτουν οι μαθητές στη συγκεκριμένη συγκυρία (Moschkovich, 2015).

(ε) Η οργάνωση της τάξης σε ετερογενείς ομάδες

Η ευέλικτη ομαδοποίηση των μαθητών σε ετερογενείς ομάδες είναι μια πρακτική που μπορεί να στηρίξει τη διαφοροποίηση της διδασκαλίας. Η συγκρότηση και η ανασυγκρότηση των ομάδων μπορεί να είναι μια δυναμική διαδικασία, η οποία να εναλλάσσεται στη διάρκεια της σχολικής χρονιάς (Staples, 2008). Η μετακίνηση της οπτικής του εκπαιδευτικού ως της μόνης πηγής γνώσης στη σχολική τάξη προς την οπτική σύμφωνα με την οποία οι απόψεις και οι ιδέες των μαθητών μπορούν να αποτελέσουν πηγή γνώσης για τους συμμαθητές τους αποτελεί μια κεντρική διδακτική συμπεριληπτική πρακτική με βάση την οποία όλοι συμμετέχουν και όλοι συνεισφέρουν στη διδασκαλία και τη μάθηση (Louie, 2017).

(στ) Η διαμόρφωση συμπεριληπτικής κουλτούρας μάθησης

Οι μαθητές νιώθουν ασφαλείς να συμμετέχουν και να εκφράζουν τις απόψεις τους και τις απορίες τους. Ο εκπαιδευτικός καλεί τους σιωπηλούς μαθητές να συμμετέχουν στις συζητήσεις στην τάξη (Delaney & Gurhy, 2019).

(ζ) Η σημασία της ένταξης στοιχείων της πολιτισμικής κουλτούρας των μαθητών

Στην περίπτωση της διδασκαλίας σε πολυπολιτισμικές τάξεις, η σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με στοιχεία ή προηγούμενες εμπειρίες που σχετίζονται με τον πολιτισμό των μαθητών που αποτελούν πολιτισμικές μειονότητες στην τάξη συντελεί στην αποτελεσματικότερη κατανόηση των εννοιών αυτών από τους μαθητές (Sakonidis, 2004).

Παλαιότερα, η διδασκαλία με προσαρμογή στον 'μέσο μαθητή' ή η εξατομικευμένη διδασκαλία αποτελούσαν τις συνηθέστερες διδακτικές προσεγγίσεις σε συμπεριληπτικές τάξεις. Η πρώτη έχει σχεδόν βέβαιη την αποτυχία (Βαλιαντή, 2015), ενώ η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι πολύ εντατική έως εξουθενωτική για τον εκπαιδευτικό, αλλά αποτελεσματική για την ακαδημαϊκή πρόοδο του μαθητή. Η τελευταία υποστηρίζει τον μαθητή στη μάθηση και προσφέρει ήρεμο περιβάλλον, δηλαδή κατάλληλες συνθήκες, ώστε να επιτευχθεί η μάθηση. Καθώς ο εκπαιδευτικός επικεντρώνει το ενδιαφέρον του σε ένα παιδί κάθε φορά, γνωρίζει καλά τα ενδιαφέροντά του και το κοινωνικό του υπόβαθρο, ώστε να δομήσει ένα εξατομικευμένο διδακτικό πλάνο.

Ωστόσο, διαπιστώθηκαν πολλές αρνητικές πτυχές της εξατομικευμένης διδασκαλίας, όπως η έλλειψη επαφής με τους συνομηλίκους, γεγονός που μπορεί να δημιουργήσει προβλήματα στην κοινωνική ένταξη του μαθητή. Η διδασκαλία μπορεί

να είναι ιδιαίτερα πειστική και απαιτητική για το παιδί, καθώς νιώθει ότι πρέπει να βρίσκεται σε συνεχή πνευματική εγρήγορση υπό την επίβλεψη του εκπαιδευτικού. Μπορεί, επίσης, να στιγματίζεται, όταν γίνεται από ειδικό εκπαιδευτικό εντός ή εκτός της αίθουσας. Καθώς η εκπαίδευση είναι και πολιτική πράξη, διαπιστώθηκε ότι διατίθενται σημαντικοί οικονομικοί πόροι για τη στελέχωση με επιπλέον εκπαιδευτικούς, γεγονός που επηρεάζει τον κρατικό οικονομικό προγραμματισμό (Takala, Pirttimaa & Törmänen, 2009).

Σε ό,τι αφορά τον σχεδιασμό της εξατομικευμένης διδασκαλίας, ενώ τις περισσότερες φορές είναι προετοιμασμένη από τον εκπαιδευτικό, συνήθως δεν διεξάγεται έτσι όπως έχει προγραμματιστεί αλλά απαιτείται διαφοροποίηση στο περιεχόμενο και τη μεθοδολογία (Αραβή & Αγγελίδης, 2009; Γεωργίου, Αγγελίδης & Κυριάκου, 2009). Η οργάνωση της διδασκαλίας απαιτεί την επίδειξη ιδιαίτερου ενδιαφέροντος στη διαφορετικότητα των παιδιών, ώστε να μπορούν όλα να συμμετέχουν ισότιμα (Norwich & Lewis, 2005). Η διαφοροποίηση σε μια διδασκαλία συνδέεται με τον τρόπο (Sternberg, Torff & Grigorenko, 1998) που αντιλαμβάνεται ο εκάστοτε μαθητής τον κόσμο, τα ενδιαφέροντα (Csikszentmihalyi, 1997) και τις δεξιότητες που κατέχει (Vygotsky, 1986).

Η διαφοροποιημένη διδασκαλία δεν απευθύνεται αποκλειστικά σε μαθητές με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες. Η διαφοροποίηση υποστηρίζει πλειονοτικούς και μειονοτικούς μαθητές σε τομείς όπως οι σχέσεις που συχνά υφίστανται μεταξύ τους, καθώς και οι προκαταλήψεις, η καλλιέργεια αξιών, όπως η αποδοχή και η κατανόηση, με στόχο τη δραστηριοποίηση των μαθητών με τρόπους που θα τους καταστήσουν ενεργούς πολίτες στην ενήλικη κοινωνική τους ζωή και ενεργά μέλη μιας πολυπολιτισμικής κοινωνίας.

Η διαφοροποίηση υποστηρίζει σημαντικά και τους 'χαρισματικούς μαθητές' με μικροδιαφορές στον τρόπο σύνθεσης των ομάδων και με κατάλληλη τροποποίηση στο πρόγραμμα σπουδών. Η διαφοροποίηση στη διδασκαλία δεν σημαίνει απαραίτητα την οργάνωσή της σε απολύτως εξατομικευμένη βάση (Stradling & Saunders, 1993). Η διαφοροποίηση οφείλει να συμπλέει με το μαθησιακό επίπεδο των μαθητών, τα ενδιαφέροντα και τις προτιμήσεις τους (Willis & Mann, 2000). Η χρήση προβλημάτων ελκυστικών για τα παιδιά δημιουργούν την ανάγκη στους εκπαιδευτικούς, όταν συνεργάζονται σε μια συμπεριληπτική τάξη, να διαφοροποιήσουν την πορεία της διδασκαλίας. Η συνεργασία βοηθά να εξελιχθούν επαγγελματικά, καθώς ανταλλάσσουν απόψεις, σκέψεις, πρακτικές και εμπειρίες (Waheed et al., 2011)

Αν και η διαφοροποιημένη διδασκαλία απασχολεί τον δημόσιο λόγο εδώ και δύο δεκαετίες, στην Ελλάδα συζητιέται ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια λόγω του υψηλού αριθμού μαθητών με διαφορετικές εκπαιδευτικές ανάγκες και της ετερογένειας που παρουσιάζεται στις αίθουσες διδασκαλίας με την έλευση μεταναστών και προσφύγων. Τα ζητήματα της ετερότητας υφίσταντο εδώ και χρόνια στο ελληνικό σχολείο, ωστόσο

τελευταία αναδείχθηκαν ιδιαίτερα και οδήγησαν στην ανάγκη να εκπαιδευτεί το σύνολο των εκπαιδευτικών στην αξιοποίηση της έννοιας της συμπερίληψης και της διαφοροποιημένης διδασκαλίας στις τάξεις των Μαθηματικών (Strogilos et al., 2017).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Boaler, J. (2015). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley & Sons.
- Delaney, S., & Gurhy, A. (2019). Combining Differentiation and Challenge in Mathematics Instruction: A Case from Practice. In *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (No. 6). Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME.
- Erath, K., Ingram, J., Moschkovich, J. & Prediger, S. (2021). Designing and enacting instruction that enhances language for mathematics learning: a review of the state of development and research. *ZDM*: doi.org/10.1007/s11858-020-01213-2 .
- Ireh, M., & Ibeneme, O. T. (2010). Differentiating instruction to meet the needs of diverse technical/technology education students at the secondary school level. *African journal of Teacher education*, 1(1).
- Louie, N. L. (2017). The culture of exclusion in mathematics education and its persistence in equity-oriented teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(5), 488-519.
- Pierce, R. L., & Adams, C. M. (2005). Using tiered lessons in mathematics. *Mathematics teaching in the middle school*, 11(3), 144-149.
- Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both?. *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 25-41.
- Sakonidis, H. (2004). Mathematics Education for and in the dominant and other cultures: a multicultural inquiry. In *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education* (pp. 190-191). Springer, Dordrecht.
- Staples, M. E. (2008). Promoting student collaboration in a detracked, heterogeneous secondary mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 349-371.
- Sullivan, P., Mousley, J., & Jorgensen, R. (2009). Tasks and pedagogies that facilitate mathematical problem solving. In *Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009*, Association of Mathematics Educators (pp. 17-42).
- Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2006). Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(1), 117-143.
- Tomlinson, C. A. (1999). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners*. Alexandria, VA: ASCD.
- Tomlinson, C. A. (2001). *How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms* (2nd edn). Alexandria, VA: ASCD.
- Tomlinson, C. A., & Imbeau, M. B. (2010). *Leading and managing a differentiated classroom*. Alexandria, VA: ASCD.

- Williams, L. (2008). Tiering and scaffolding: Two strategies for providing access to important mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 14(6), 324-330.
- Βαλιαντή. Σ. (2015). Η Διαφοροποίηση της Διδασκαλίας σε Τάξεις Μικτής Ικανότητας μέσα από τις Εμπειρίες Εκπαιδευτικών και Μαθητών: Μια Ποιοτική Διερεύνηση της Αποτελεσματικότητας και των Προϋποθέσεων Εφαρμογής της, *Επιστήμες της Αγωγής*, (1) 7-35.

Παράρτημα



Μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων, επιπέδων ύφους και γλωσσών Γ1 και Γ2 (Prediger & Wessel, 2013).