**Η Διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος -**

**Μαθηματικοποίηση**

Διδάσκουσα: Χρυσαυγή Τριανταφύλλου

Ομαδική Εργασία

Ζώης Μπακάλης - AM: 1112 2019 00136

Νικόλαος-Μάριος Σπυρόπουλος - AM: 1112 2019 00204

Ιωάννης Γκίνης - AM: 1112 2019 00036

Δεκέμβριος 2023

Περιεχόμενα:

Α) Το πρόβλημα- Ενδεικτική λύση…………………………………………………….3

Β) Περιγραφή Σχεδιασμού Προβλήματος……………..………………………….4

Γ) Υπερπληθυσμός και Περιβάλλον………………………………………………….5

Δ) Πλαίσιο Διδασκαλίας…………………………………………………………………..6

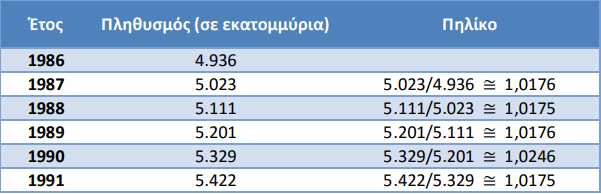
Ε) Βιβλιογραφία……………………………………………………………………………….7

**Α) Το πρόβλημα- Ενδεικτική Λύση**

ΑΥΞΗΣΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

**Ερώτημα**

Σε ορισμένες περιπτώσεις η αύξηση ενός πληθυσμού μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά με μία εκθετική συνάρτηση. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται κάποιες τιμές που αναφέρονται στον (ανθρώπινο) πληθυσμό της Γής. Σε μια τρίτη στήλη έχουμε διαιρέσει τον πληθυσμό κάθε έτους με αυτόν του προηγούμενου έτους, προκειμένου να αποκτήσουμε μία αίσθηση του πώς αυξάνεται ο πληθυσμός.



* Να χρησιμοποιήσετε τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα και ένα εκθετικό μοντέλο, έτσι ώστε να προβλέψετε τον πληθυσμό της Γής το έτος 2010

*Λύση*

Βασιζόμενοι στην τρίτη στήλη του πίνακα (και παρά τις όποιες παρεκκλίσεις) φαίνεται εύλογη η εικασία ότι “ο παγκόσμιος πληθυσμός κάθε έτους ισούται περίπου με 1,018 φορές τον πληθυσμό του προηγούμενου έτους. Συμβολίζουμε τον αρχικό πληθυσμό (το έτος 1986) και i=1,2,3 τον πληθυσμό τα επόμενα έτη.

Σχηματίζεται μία γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο: = ∙1,018= 4936∙1,018 και λόγο λ=1,018. Επομένως ο γενικός όρος είναι:

=∙= ∙1,018∙()= 4936∙1,018∙()

=4936∙

Έτσι, μετά την παρέλευση t ετών από το 1986, ο πληθυσμός θα είναι: P(t)=4936∙ εκατομμύρια άνθρωποι. Ο πληθυσμός το έτος 2010, δηλαδή t = 24 έτη μετά το 1986, θα είναι περίπου

P(24)=4936∙≈7573,9

δηλαδή 7,6 δισεκατομμύρια άνθρωποι.

Στην πραγματικότητα, ο παγκόσμιος πληθυσμός το 2010 ήταν 6,9 δισεκατομμύρια άνθρωποι.

**Β) Περιγραφή Σχεδιασμού Προβλήματος**

Η διαδικασία επιλογής θέματος για την εργασία ξεκίνησε από μια πρώτη αναζήτηση για προβλήματα σε βιβλία μαθηματικών που σχετίζονται με το περιβάλλον. Η αναζήτηση αυτή μας οδήγησε σε 2-3 ασκήσεις διαφόρων οικολογικών προβλημάτων από τα οποία επιλέξαμε το παραπάνω που σχετίζεται με τον υπερπληθυσμό. Εξαρχής θέλαμε να επιλέξουμε ένα θέμα που να αφορά μια μεγαλύτερη τάξη, οπότε το γεγονός ότι το πρόβλημα αναφερόταν στην δευτέρα λυκείου ήταν καταλυτικό παράγοντας ώστε να επιλέξουμε το πρόβλημα του υπερπληθυσμού. Η δυσκολία που συναντήσαμε ήταν μόνο στην αρχή όταν και έπρεπε να επιλέξουμε το θέμα αφού είναι απαραίτητη μια στοχευμένη έρευνα στο διαδίκτυο έτσι ώστε να βρεθούν ασκήσεις που να αναφέρονται σε περιβαλλοντικό πρόβλημα στο πλαίσιο του σχολείου. Η δυσκολία έγκειται στο γεγονός ότι οι περισσότερες ασκήσεις είναι πανεπιστημιακού επιπέδου αφού στο σχολείο ή διδασκαλία δεν συνδέεται πολλές φορές με προβλήματα στον κόσμο, όπως διαπιστώσαμε κατά τη διάρκεια της έρευνας μας.

**Γ) Υπερπληθυσμός και περιβάλλον**

Ο παγκόσμιος πληθυσμός εκτιμάται ότι έφθασε τα 7,6 δισ. άτομα από τον Μάιο του 2018. Στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα ο πληθυσμός αυξάνεται περίπου κατά 1 δισεκατομμύριο ανά δεκαετία. Ο υπερπληθυσμός είναι ένα από τα σοβαρότερα περιβαλλοντικά ζητήματα, ο οποίος επιδεινώνει τους παράγοντες που οδηγούν στην υπερθέρμανση του πλανήτη, στη ρύπανση του περιβάλλοντος, στην απώλεια οικοτόπων, και στην κατανάλωση φυσικών πόρων όπως το γλυκό νερό και τα ορυκτά καύσιμα σε ταχύτητες ταχύτερες από τον ρυθμό αναγέννησης τους.

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που συνδέονται με ή επιδεινώνονται από τον υπερπληθυσμό και την υπερκατανάλωση είναι η απώλεια γλυκού νερού. Σύμφωνα με το UN-Water, το 75% του πλανήτη μας καλύπτεται με νερό. Το 97,5% αυτού είναι ωκεανοί και το 2,5% είναι το γλυκό νερό. Το 70% του γλυκού νερού αποτελείται κυρίως από παγετώνες και το υπόλοιπο 30% από επιφανειακά νερά, όπως ποτάμια, λίμνες και υπόγεια ύδατα. Οι περισσότεροι πόροι γλυκού νερού είναι είτε απρόσιτοι είτε πολύ μολυσμένοι, αφήνοντας λιγότερο από το 1% του συνόλου του γλυκού νερού στη Γη, προσβάσιμο για άμεση ανθρώπινη χρήση. Σύμφωνα με την Global Outlook for Water Resources, ο μισός πληθυσμός του πλανήτη θα αντιμετωπίσει μεγάλο πρόβλημα λειψυδρίας μέχρι το έτος 2025.

Επιπλέον , η αύξηση του πληθυσμού είναι βέβαιο ότι θα αυξήσει τις ανάγκες σε τρόφιμα και ενέργεια. Έως τώρα δεδομένου ότι οι πληθυσμοί της Ινδίας και της Κίνας, οι οποίοι αγγίζουν τα 3.000.000.000, δεν είχαν πρόσβαση στα καταναλωτικά αγαθά της Δύσης το πρόβλημα δεν έχει αποκτήσει δραματικό χαρακτήρα. Τα επόμενα χρόνια όμως η αλλαγή των καταναλωτικών τους συνηθειών και ειδικώς η απόκτηση αυτοκινήτων και οικιακών ηλεκτρικών συσκευών και η αλλαγή των διατροφικών τους συνηθειών είναι βέβαιο ότι θα προκαλέσει αυξημένες πιέσεις στην ζήτηση ενέργειας, πετρελαίου και τροφίμων.

**Δ) Πλαίσιο διδασκαλίας**

Το συγκεκριμένο πρόβλημα πραγματεύεται κομμάτι της ύλης της Άλγεβρας της Β Λυκείου και συγκεκριμένα το κεφάλαιο της εκθετικής συνάρτησης **.** Παρουσιάζεται ένα φαινόμενο περιβαλλοντικής φύσης όπου οι μαθητές μέσω της συλλογής δεδομένων από τον πίνακα που δίνεται καλούνται , χρησιμοποιώντας την εκθετική συνάρτηση , να εκτιμήσουν τον αναμενόμενο πληθυσμό του ζητούμενου έτους.

Στόχοι Προβλήματος

* Επανάληψη της ύλης των πιθανοτήτων που διδάχθηκε στο πρώτο κεφάλαιο της Άλγεβρας Α λυκείου.
* Σύνδεση των Μαθηματικών με κοινωνικά και περιβαλλοντικά ζητήματα και αντίληψη της σημασίας των Μαθηματικών στην καθημερινή ζωή.
* Εξοικείωση των μαθητών με την συλλογή και επεξεργασία στοιχείων από πίνακα δεδομένων και την μετάφραση τους σε μαθηματικό μοντέλο.
* Κατανόηση της εκθετικής συνάρτησης μέσω της εξάσκησης πάνω σε πραγματικά δεδομένα.
* Αντιπαραβολή της μαθηματικής προσέγγισης σε σχέση με αληθινά αποτελέσματα.

Debate Μαθητών

Ως συντονιστές του debate θα θέταμε στους μαθητές τα εξής ερωτήματα ως κατευθυντήριες της συζήτησης :

* Με βάση τη λύση του προβλήματος θεωρείτε ότι είναι χρήσιμα τα μοντέλα προσέγγισης της αύξησης του πληθυσμού και κατά πόσο θα μπορούσε να επεκταθεί η χρήση τους σε άλλα περιβαλλοντικά προβλήματα;
* Με βάση τη συζήτηση που γίνεται πάνω στο πρόβλημα του υπερπληθυσμού , ποιες θεωρείτε ότι είναι οι βασικές αιτίες του προβλήματος , ποιές οι πιθανές λύσεις και κατά πόσο σχετίζονται με τα μαθηματικά;

**Ε) Βιβλιογραφία**

1. [**https://lyk-evsch-n-smyrn.att.sch.gr/wordpress/wp-content/uploads/Ekpaideutiko\_Yliko/Tzelepis/Algebra-B-Lykeiou-Problimata.pdf**](https://lyk-evsch-n-smyrn.att.sch.gr/wordpress/wp-content/uploads/Ekpaideutiko_Yliko/Tzelepis/Algebra-B-Lykeiou-Problimata.pdf)
2. [**https://www.offlinepost.gr/2019/04/06/%CF%85%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82-%CE%B5/**](https://www.offlinepost.gr/2019/04/06/%CF%85%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82-%CE%B5/)
3. [**https://www.e-grammes.gr/%CE%A5%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%AC%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD**](https://www.e-grammes.gr/%CE%A5%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%AC%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD)
4. [**https://www.offlinepost.gr/2019/04/06/%CF%85%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82-%CE%B5/**](https://www.offlinepost.gr/2019/04/06/%CF%85%CF%80%CE%B5%CF%81%CF%80%CE%BB%CE%B7%CE%B8%CF%85%CF%83%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B2%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82-%CE%B5/)