

Ανοικτά προβλήματα

Η χρήση «ανοιχτών» προβλημάτων στην τάξη για την προώθηση της μαθηματικής συζήτησης αναπτύχθηκε στην Ιαπωνία στα τέλη της δεκαετίας του '70 ενώ τον ίδιο καιρό περίπου η ιδέα της χρήσης ανοικτών προβλημάτων στη διδασκαλία ξεκίνησε και στο Ηνωμένο Βασίλειο. Από τις αρχές της δεκαετίας του '80, η ιδέα της χρήσης ανοικτών προβλημάτων στην τάξη διαδιδόταν σε όλο τον κόσμο και η έρευνα για τις δυνατότητές και τα πλεονεκτήματά της ήταν έντονη σε πολλές χώρες.

Γενικά, ένα ανοιχτό πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα που επιδέχεται διαφορετικές λύσεις. Αυτός ο τίτλος περιλαμβάνει πολλά προβλήματα που διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το ύψος τους όμως όλα έχουν ένα κοινό, ότι «σπάνε» το στερεότυπο ότι κάθε πρόβλημα έχει μια σωστή λύση. Ως ανοικτά προβλήματα θεωρούνται και τα «μη σαφώς διατυπωμένα προβλήματα». Ένα «μη σαφώς διατυπωμένο πρόβλημα» είναι ένα πρόβλημα που δεν προσδιορίζει με σαφήνεια τι ζητά. Το πρόβλημα αυτό ονομάζεται επίσης «ανοιχτό πρόβλημα». Οι μαθητές, που εργάζονται μεμονωμένα ή σε ομάδες, αναμένεται να εφαρμόσουν τη δική τους μεθοδολογία για την επίλυση ανοιχτών προβλημάτων. Αυτά τα προβλήματα έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να έχουν περισσότερες από μία σωστές απαντήσεις ή να μπορεί να φτάσει κάποιος σε μια απάντηση με περισσότερους από έναν τρόπους, και με αυτό τον τρόπο να προκαλέσουν στους μαθητές διάφορα επίπεδα γνωστικής ανάπτυξης.

Η έννοια «ανοιχτό» πρόβλημα θα μπορούσε να εξηγηθεί ως εξής: Θα ξεκινήσουμε με το αντίθετό της και θα ορίσουμε το «κλειστό» πρόβλημα. Ο Pehkonen (1995) καθόρισε για πρώτη φορά τα κλειστά προβλήματα. Ένα κλειστό πρόβλημα έχει πολύ ξεκάθαρους στόχους και δεν επιτρέπει την ανάπτυξη «αποκλίνουσας» σκέψης δηλαδή έναν τύπο ελεύθερης πνευματικής διεργασίας που βασίζεται στη φαντασία. Ένα πρόβλημα είναι «κλειστό» αν η κατάσταση εκκίνησης και η τελική του κατάσταση, ο στόχος του, είναι κλειστές, δηλαδή εξηγούνται με σαφήνεια. Εάν η κατάσταση εκκίνησης ή / και η κατάσταση στόχου είναι ανοικτές, δηλαδή δεν είναι κλειστές, έχουμε ένα ανοιχτό πρόβλημα (Σχ. 1). Επομένως, ένα πρόβλημα που είναι «ανοιχτό» σε σχέση είτε με την εισαγωγή του είτε με τους στόχους του και είναι συνεπώς ανοικτό σε αποκλίνουσες σκέψεις, μπορεί να θεωρηθεί ανοιχτό πρόβλημα. Υπό αυτή την έννοια, ένα ανοιχτό πρόβλημα ορίζεται ως ένα πρόβλημα που μπορεί να έχει ένα πολύ ξεκάθαρο αρχικό πλαίσιο αλλά είναι ανοιχτό σε πολλές διαφορετικές πιθανές λύσεις.

Ο London (1993) υποστήριξε ότι τα ανοιχτά προβλήματα θα πρέπει να έχουν τέσσερα χαρακτηριστικά. Θα πρέπει να έχουν διαφορετικές λύσεις, να μπορούν να επιλυθούν σε συγκεκριμένο χρόνο, να μπορεί ο κάθε μαθητής να αναπτύξει μία στρατηγική επίλυσης και να μπορούν να αξιολογήσουν τους μαθητές.

<p>Τελική κατάσταση (στόχος)</p> <p>↓</p> <p>Κατάσταση εκκίνησης (υποθέσεις)</p>	<p>Κλειστή (μια μοναδική λύση)</p>	<p>Ανοιχτή (πολλαπλές λύσεις ή/και διαφορετικούς τρόπους λύσης)</p>
<p>Κλειστή (σαφώς διατυπωμένη)</p>	<p>ΚΛΕΙΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ</p>	<p>ΑΝΟΙΚΤΟ</p>
<p>Ανοιχτή (ασάφεια στη διατύπωση)</p>	<p>ΑΝΟΙΚΤΟ</p>	<p>ΑΝΟΙΚΤΟ</p>

Σχ. 1. Η ταξινόμηση των προβλημάτων ανάλογα με τις καταστάσεις εκκίνησης και στόχου (Pehkonen, 1997).

Ο Nohda (1995) υποστήριξε την άποψη ότι τα ανοικτά προβλήματα είναι προβλήματα που πρέπει να πληρούν δύο προϋποθέσεις. Πρώτον, θα πρέπει να ταιριάζουν σε κάθε μαθητή χρησιμοποιώντας γνωστά και ενδιαφέροντα θέματα και δεύτερον, τα ανοικτά προβλήματα θα πρέπει να είναι κατάλληλα για μαθηματική σκέψη, θα πρέπει να μπορούν να γενικευτούν σε νέα προβλήματα και θα πρέπει επίσης να επιτρέπουν διάφορες λύσεις σε διάφορα επίπεδα. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές είναι απαραίτητο να αισθανθούν ότι είναι δυνατόν να τα λύσουν με βάση τις γνώσεις τους και να έχουν την αίσθηση της επιτυχίας κατά την επίλυσή τους. Επομένως τα προβλήματα πρέπει να είναι αρκετά ευέλικτα ώστε να λαμβάνουν υπόψη τις διαφορετικές μαθηματικές ικανότητες των μαθητών.

Ανοιχτό πρόβλημα και Εκπαιδευτικοί Στόχοι

Οι περισσότερες ερωτήσεις στα μαθηματικά έχουν μόνο μία απάντηση και τα περισσότερα προβλήματα που αντιμετωπίζονται στα σχολικά μαθηματικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι συνήθως κλειστά προβλήματα τα οποία δεν αφήνουν πολλά περιθώρια δημιουργικής σκέψης. Ως εκ τούτου, δίνεται έμφαση στη «συγκλίνουσα σκέψη», δηλαδή στο να απομνημονεύει ο μαθητής μαθηματικούς κανόνες και θεωρήματα και στη συνέχεια τους εφαρμόζει σε προβλήματα για να βρει τη μια και μόνη λύση απομακρύνοντάς τον έτσι από την εξερεύνηση διαφορετικών ιδεών και ίσως και από τα μαθηματικά. Ωστόσο, τα ανοικτά προβλήματα μπορούν να αντισταθμίσουν αυτά τα μειονεκτήματα επειδή επιτρέπουν διάφορες απαντήσεις ή διαφορετικές προσεγγίσεις. Στα πλεονεκτήματα των ανοιχτών προβλημάτων έχουν αναφερθεί πολλοί ερευνητές της διδακτικής των Μαθηματικών.

Ο Freedman (1994) έχει δηλώσει ότι τα ανοικτά προβλήματα επιτρέπουν στους μαθητές να χρησιμοποιούν και να αναπτύσσουν υψηλής τάξης ικανότητες σκέψης. Δεδομένου ότι τα ανοικτά προβλήματα επιτρέπουν πολλές διαφορετικές λύσεις λόγω της δυνατότητας της

διαφορετικής ερμηνείας τους από τον εκπαιδευόμενο, θεωρείται ότι συμβάλλουν στην ανάπτυξη της ευρηματικότητας και της ευελιξίας του μαθητή (Silver, 1997).

Ο Sawada (1997) απαρίθμησε πέντε πλεονεκτήματα των ανοικτών προβλημάτων. Πρώτον, οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά στην τάξη και εκφράζουν τις ιδέες τους πιο ελεύθερα. Δεύτερον, οι μαθητές μπορούν να έχουν την ευκαιρία να χρησιμοποιήσουν ευρύτερα τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητές τους. Τρίτον, όλοι οι μαθητές μπορούν να απαντήσουν στο πρόβλημα με τον δικό τους τρόπο βασισμένο στις ήδη υπάρχουσες γνώσεις τους. Τέταρτον, οι μαθητές μπορούν να επιλέξουν τη δική τους κατάλληλη προσέγγιση και να εξηγήσουν τον λόγο για την επιλογή τους. Τέλος, προσφέρεται στους μαθητές η ευκαιρία να αισθανθούν την ευχαρίστηση της ανακάλυψης και την αποδοχή των άλλων μαθητών. Έτσι, αυτά τα προβλήματα είναι προσιτά στους μαθητές και τους δίνουν αυτοπεποίθηση να λύσουν νέα προβλήματα (Wu, 1994).

Η ύπαρξη πολλών σωστών λύσεων δίνει την ευκαιρία στον κάθε μαθητή να ανταποκριθεί στο πρόβλημα με το δικό του τρόπο και να εργαστεί στο δικό του επίπεδο, είτε ξεχωρίζει στα μαθηματικά είτε όχι. Μπορεί να προσπαθήσει να βρει τις δικές του απαντήσεις στα προβλήματα μέσω του δικού του εύρους γνώσεων και ικανοτήτων με αποτέλεσμα να συμμετέχει πιο ενεργά στο μάθημα και να εκφράζει τις ιδέες του πιο συχνά (Παρασχίδης, 2008). Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο τα ανοικτά προβλήματα μπορούν εύκολα να υιοθετηθούν στις διαφοροποιημένες τάξεις.

Επειδή ενθαρρύνει ποικίλες σκέψεις, ένα ανοικτό πρόβλημα συμβάλλει στην ενίσχυση της αποκλίνουσας σκέψης. Στο πλαίσιο αναζήτησης διαφορετικών λύσεων και διαφορετικών προσεγγίσεων, οι μαθητές μπορούν να προωθήσουν πολλές ιδέες ελεύθερα (ευχέρεια) να κάνουν προσπάθειες για να σχεδιάσουν νέες στρατηγικές για την αντιμετώπιση του προβλήματος όταν οι προηγούμενες δεν είχαν επιφέρει κάποιο αποτέλεσμα (ευελιξία) και να σκεφτούν απροσδόκητες ιδέες (πρωτοτυπία) (Κόσσυβας, 1996). Επίσης ενισχύει την ανάπτυξη δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης των μαθητών (Pehkonen, 1997) αφού κατά τη διάρκεια της επίλυσης αναλύουν το πρόβλημα, αξιολογούν και επιχειρηματολογούν υπέρ ή κατά κάποιας πρότασης και αναπτύσσουν, οργανώνουν και συνθέτουν επιμέρους στοιχεία για τη λύση προβλήματος.

Ένας από τους αναγνωρισμένους τρόπους ανάπτυξης των συνδέσεων των μαθηματικών γνώσεων είναι η επίλυση προβλημάτων με διάφορους τρόπους (Leikin & Levav-Waynberg 2009). Όταν οι μαθητές επιλύουν τα προβλήματα με διαφορετικούς τρόπους επικοινωνώντας και συζητώντας τις ιδέες τους στην τάξη, προωθούν τη μαθηματική τους γνώση, κάνουν συγκρίσεις μεταξύ διαφορετικών στρατηγικών και συνδέουν διαφορετικές έννοιες και ιδέες (Polya, 1981).

Η ανάπτυξη διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης, η σύγκριση των διαφορετικών λύσεων και η συζήτηση πάνω σ' αυτές κινητοποιεί τους μαθητές να επιχειρηματολογήσουν υπέρ των λύσεων τους, με αποτέλεσμα να προάγεται η μαθηματική τους σκέψη (Κόσσυβας, 2016) και να καθίσταται εύκολο για τον εκπαιδευτικό να αξιολογήσει τι έχουν μάθει οι μαθητές και πόσο καλά έχουν εμπεδώσει ό,τι έμαθαν (Kwon et al., 2006).