Η ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Νίκος Μουσουλίδης, Μαρία Κάττου, Μάριος Πιττάλης, Κωνσταντίνος Χρίστου
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας ήταν να διερευνήσει τις διαδικασίες μοντελοποίησης που χρησιμοποιούν οι μαθητές κατά την επίλυση προβλημάτων από την καθημερινή ζωή στα μαθηματικά και να συγκρίνει την επίδοση μαθητών δημοτικού και γυμνασίου στην επίλυση των πιο πάνω προβλημάτων με τη χρήση των αντίστοιχων διαδικασιών μοντελοποίησης. Για το σκοπό αυτό αναλύθηκαν οι διαδικασίες μοντελοποίησης που εφαρμόζονται στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων: λήψης απόφασης, ανάλυσης και σχεδιασμού συστημάτων και επίλυσης δυσλειτουργιών σε συστήματα και προτάθηκε ένα δομικό μοντέλο για την ικανότητα μοντελοποίησης στη λύση προβλήματος. Η σύγκριση της ικανότητας μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος μαθητών δημοτικού και γυμνασίου έδειξε υπεροχή των μαθητών γυμνασίου και στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων μοντελοποίησης.

1. Εισαγωγή

Σε αντίθεση με τις ανάγκες της σύγχρονης κοινωνίας, οι απόφοιτοι των σχολείων δεν είναι ικανοί λύτες προβλημάτων και δεν μπορούν να χρησιμοποιούν με άνεση μαθηματικές εφαρμογές. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της PISA (2003), μόνο το 20% των 15χρονών μαθητών μπορεί να θεωρηθούν ως ικανοί λύτες προβλημάτων (Organization for Economic Co-Operation and Development [OECD], 2004), δηλαδή, να μπορούν να αναλύουν ένα πρόβλημα σε επιμέρους στοιχεία, να λαμβάνουν αποφάσεις, να αναπτύσσουν και να δοκιμάζουν μοντέλα στην προσπάθεια επίλυσης του προβλήματος και να επικοινωνούν αποτελεσματικά με τους συμμαθητές τους (OECD, 2004). Τα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών σε αρκετές χώρες περιορίζουν την επίλυση προβλήματος στις βασικές δεξιότητες, όπου οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν απλά λεκτικά προβλήματα που περιλαμβάνουν αποσπασματικά στοιχεία από πραγματικά προβλήματα της καθημερινής ζωής (OECD, 2004). Με τον τρόπο αυτό, δεν δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν με πραγματικά προβλήματα και να αξιοποιήσουν τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες στην επίλυσή τους (Greer, 1997: Lesh & Doerr, 2003).

Σύμφωνα με τους Blum & Niss (1991), η μαθηματική μοντελοποίηση οδηγεί στην ανάπτυξη της ικανότητας λύσης προβλήματος, καθώς «καλλιεργεί τις δεξιότητες διερεύνησης και δημιουργικότητας και τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος». Στις δραστηριότητες μοντελοποίησης οι μαθητές εργάζονται με σύνθετα προβλήματα βασισμένα σε πραγματικές προβληματικές καταστάσεις, τις οποίες καλούνται να αναλύσουν και να ερμηνεύσουν, προτείνοντας, ελέγχοντας και βελτιώνοντας διάφορες λύσεις. Η αξιοποίηση της μοντελοποίησης σε πραγματικά προβλήματα (Gravemeijer, Cobb, Bowers, & Whitenack, 2000: Mousoulides, Pittalis, & Christou, 2006), εμπλέκει σημαντικές μαθηματικές διαδικασίες που υποτιμούνται στα παραδοσιακά αναλυτικά προγράμματα (English, 2003), ενώ μπορούν να αποτελέσουν αποτελεσματικό μέσο για τους μαθητές στην ενεργητική κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης (Blum & Niss, 1991).

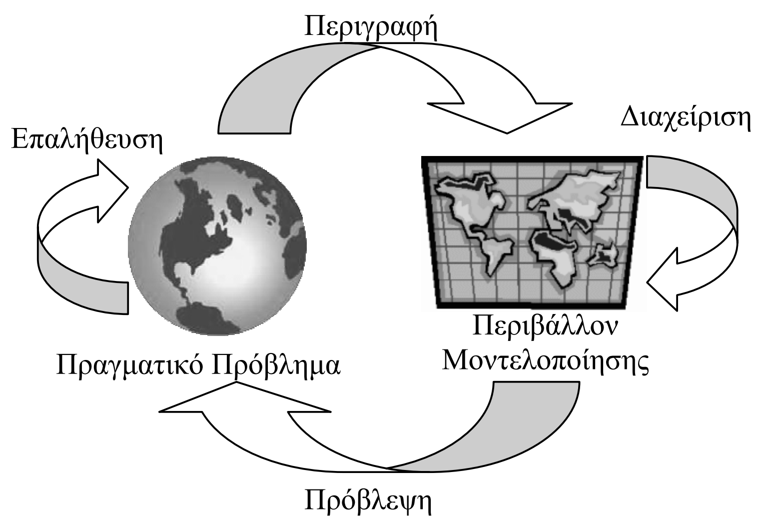
Οι δυνατότητες αξιοποίησης της μαθηματικής μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος (Lesh & Doerr, 2003: Doerr & English, 2003) έχει αποτελέσει τη θεωρητική βάση για την παρούσα εργασία. Η παρούσα εργασία στηρίζεται παράλληλα στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων που παρουσιάζονται στην έρευνα PISA: λήψης απόφασης (decision making), ανάλυσης συστήματος και σχεδιασμού (system analysis and design) και επίλυσης δυσλειτουργιών (trouble shooting) (OECD, 2004). Επιπλέον, παρουσιάζονται οι διαδικασίες μοντελοποίησης που εμπλέκονται στη λύση προβλήματος στα μαθηματικά, λαμβάνοντας υπόψη την κατηγοριοποίηση που παρουσιάζεται στην έρευνα PISA 2003 και τα αποτελέσματα των ερευνών του Lesh και των συνεργατών του (2003) και των Blum και Kaiser (1997). Συγκεκριμένα, ο σκοπός της εργασίας εστιάζεται στις ακόλουθες δύο διαστάσεις: (α) Στη διερεύνηση των διαδικασιών μοντελοποίησης που χρησιμοποιούν οι μαθητές στη λύση προβλήματος και (β) στη σύγκριση της επίδοσης μαθητών δημοτικού και γυμνασίου στην επίλυση προβλημάτων μοντελοποίησης.

2. Θεωρητικό Πλαίσιο

Σύγχρονες έρευνες στη διδακτική των μαθηματικών έχουν αναδείξει σημαντικά ερωτήματα για την ικανότητα των μαθητών να λύνουν σύνθετα μαθηματικά προβλήματα (Doerr & English, 2003: Schoenfeld, 1992). Οι Zawojewski και Lesh (2003) διερωτούνται πότε ένα πρόβλημα είναι «πρόβλημα», δημιουργώντας την ανάγκη διάκρισης των δραστηριοτήτων λύσης προβλήματος από τις δραστηριότητες λύσης παραδοσιακών λεκτικών προβλημάτων (English, 2003). Τα παραδοσιακά λεκτικά προβλήματα αφορούν απλοποιημένες μορφές προβλημάτων που δεν σχετίζονται με την πραγματικότητα και που εξυπηρετούν την εξάσκηση μιας συγκεκριμένης μορφής μάθησης των μαθηματικών, δευτερευούσης σημασίας, όπως η πρόσθεση ή η αφαίρεση (Wyndhamm & Saljö, 1997). Έτσι, η επίλυση αντίστοιχων προβλημάτων δεν προάγει τη μαθηματική μοντελοποίηση, τις γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες και τη μαθηματικοποίηση, που θεωρούνται ως η οικοδόμηση της πραγματικότητας με μαθηματικές έννοιες (Freudenthal, 1991).

Σε ένα ενδιαφέρον ορισμό της λύσης προβλήματος, οι Lesh και Doerr (1998) τοποθετούν τη μοντελοποίηση ως λύση προβλήματος, όπου «οι μαθητές βελτιώνουν, μεταφέρουν και επεκτείνουν εννοιολογικά μοντέλα, για να επιλύσουν ένα σύνθετο πρόβλημα». Οι δραστηριότητες μοντελοποίησης προσφέρουν τη δυνατότητα στους μαθητές να αντιμετωπίσουν προβλήματα βασισμένα σε πραγματικές καταστάσεις, κατανοώντας τις πληροφορίες του προβλήματος, αναγνωρίζοντας χαρακτηριστικά και σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών, οικοδομώντας και εφαρμόζοντας αναπαραστάσεις και τέλος αξιολογώντας και επικοινωνώντας τα αποτελέσματά τους (Zawojewski & Lesh, 2003).

Αξιοποιώντας τα αποτελέσματα προηγούμενων ερευνών (OECD, 2004: Lesh et al., 2003: Blum & Niss, 1991), η παρούσα εργασία παρουσιάζει τις διαδικασίες που καλούνται να αναπτύξουν οι μαθητές κατά τη διαδικασία της μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος (Διάγραμμα 1). Για αυτό το σκοπό, έχει σχεδιαστεί ένα δοκίμιο για τον έλεγχο των διαδικασιών μοντελοποίησης κατά την επίλυση προβλήματος, έτσι ώστε τα αποτελέσματα να περιγράφουν το βαθμό στον οποίο οι μαθητές είναι ικανοί να αντιμετωπίσουν, οικοδομήσουν, αναπαραστήσουν και να επιλύσουν προβλήματα, εφαρμόζοντας αποτελεσματικά τις απαραίτητες διαδικασίες μοντελοποίησης.



Περιγραφή, μέσα από την κατανόηση και απλοποίηση του προβλήματος.

Διαχείριση, μέσα από τη μαθηματικοποίηση (αναγνώριση μεταβλητών και σχέσεων, κατασκευή και επιλογή των καταλληλότερων μοντέλων).

Πρόβλεψη, μέσα από την ερμηνεία της λύσης και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του συστήματος.

Επαλήθευση, μέσα από τον έλεγχο και την αξιολόγηση της λύσης, την επικύρωση και την επικοινωνία των αποτελεσμάτων.

Διάγραμμα 1: Η μοντελοποίηση κατά την επίλυση προβλήματος και οι σχετικές διαδικασίες που περιλαμβάνονται.

Οι τρεις διαφορετικοί τύποι προβλημάτων που χρησιμοποιήθηκαν και οι αντίστοιχες διαδικασίες μοντελοποίησης που περιλαμβάνονται σε αυτά, παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Λήψη Απόφασης	**Ανάλυση Συστήματος και Σχεδιασμός**	**Επίλυση Δυσλειτουργιών σε Συστήματα**
Κατανόηση της κατάστασης και των εναλλακτικών επιλογών	Κατανόηση των πληροφοριών και των απαιτήσεων του δοσμένου συστήματος	Κατανόηση των κύριων χαρακτηριστικών και των απαιτήσεων ενός συστήματος ή μηχανισμού
Αναγνώριση σχετικών περιορισμών	Αναγνώριση σχετικών μερών του συστήματος	Αναγνώριση σχετικών μεταβλητών και σχέσεων
Αναπαράσταση των πιθανών εναλλακτικών επιλογών	Αναπαράσταση των σχέσεων μεταξύ των μερών του συστήματος	Αναπαράσταση των δομικών χαρακτηριστικών του συστήματος
Απόφαση μεταξύ εναλλακτικών επιλογών	Ανάλυση και σχεδιασμός συστήματος που αναφέρεται στις σχέσεις μεταξύ των μερών	Διάγνωση των δυσλειτουργιών του συστήματος και/ ή πρόταση λύσης
Έλεγχος και αξιολόγηση της επιλογής λύσης	Έλεγχος και αξιολόγηση της ανάλυσης ή του σχεδιασμού του συστήματος	Έλεγχος και αξιολόγηση της διάγνωσης/ λύσης
Επικοινωνία ή αιτιολόγηση της επιλογής	Επικοινωνία της ανάλυσης ή της αιτιολόγησης του προτεινόμενου σχεδιασμού	Επικοινωνία ή αιτιολόγηση της διάγνωσης και της λύσης

Πίνακας 1: Διαδικασίες μοντελοποίησης στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων.

3. Μεθοδολογία

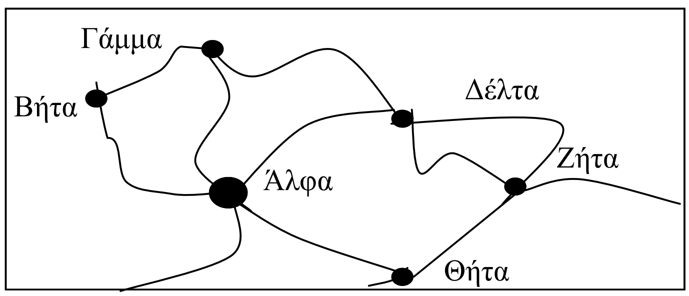
Υποκείμενα και Έργα

Η συλλογή των δεδομένων της έρευνας έγινε με τη χορήγηση ενός δοκιμίου που μετρούσε την ικανότητα των μαθητών να χειρίζονται τις διαδικασίες μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος. Το δοκίμιο χορηγήθηκε σε 120 μαθητές 6ης τάξης δημοτικού σχολείου και 78 μαθητές 2ας τάξης γυμνασίου. Το δοκίμιο περιελάμβανε επτά προβλήματα, τα οποία αποτελούνταν από δέκα ερωτήματα. Δύο προβλήματα αφορούσαν προβλήματα λήψης απόφασης, τρία προβλήματα αναφέρονταν σε ανάλυση συστήματος και σχεδιασμού και δύο προβλήματα σε επίλυση δυσλειτουργιών σε συστήματα. Στον πίνακα 2 παρουσιάζεται ένα πρόβλημα από κάθε κατηγορία.

Προβλήματα

Λήψη Απόφασης

Η εικόνα παρουσιάζει ένα χάρτη με τις πόλεις μιας περιοχής και ο πίνακας παρουσιάζει τις αποστάσεις μεταξύ των πόλεων.



Άλφα						
Βήτα	55					
Γάμμα	50	30				
Δέλτα	30	85	55			
Ζήτα	55		100	45		
Θήτα	30	85	80	60	25	
	Άλφα	Βήτα	Γάμμα	Δέλτα	Ζήτα	Θήτα

Να υπολογίσετε τη συντομότερη απόσταση μεταξύ των πόλεων Ζήτα και Βήτα.

Επίλυση Δυσλειτουργιών σε Συστήματα

Το καρδιολογικό τμήμα ενός νοσοκομείου έχει 4 καρδιολόγους. Κάθε καρδιολόγος εργάζεται από τη Δευτέρα μέχρι την Παρασκευή εξετάζοντας κατά μέσο όρο 10 ασθενείς τη μέρα. Σε ένα χρόνο (365 μέρες), κάθε καρδιολόγος εκτός από τα 52 Σαββατοκύριακα, έχει 25 μέρες διακοπές και 26 μέρες άδεια για επιστημονικά συνέδρια.
Υπάρχουν αρκετοί καρδιολόγοι για να δουν τους 10 000 ασθενείς που αναμένεται να εξεταστούν στο νοσοκομείο τον επόμενο χρόνο; Αν όχι, πώς μπορεί το νοσοκομείο να

διευθετήσει το πρόβλημα;

Ανάλυση Συστήματος

Ένα κολέγιο τριετούς φοίτησης, προσφέρει τα ακόλουθα 9 μαθήματα. Η χρονική διάρκεια των μαθημάτων είναι ένας χρόνος.

Α/Α	Κωδικός μαθήματος	Όνομα μαθήματος και Επίπεδο
1	Μ1	Μηχανολογία Επίπεδο 1
2	Μ2	Μηχανολογία Επίπεδο 2
3	Η1	Ηλεκτρολογία Επίπεδο 1
4	Η2	Ηλεκτρολογία Επίπεδο 2
5	Δ1	Διοίκηση Επιχειρήσεων Επίπεδο 1
6	Δ2	Διοίκηση Επιχειρήσεων Επίπεδο 2
7	Δ3	Διοίκηση Επιχειρήσεων Επίπεδο 3
8	Τ1	Πληροφορική Επίπεδο 1
9	Τ2	Πληροφορική Επίπεδο 2

Κάθε φοιτητής θα παίρνει τρία μαθήματα κάθε χρόνο, έτσι ώστε σε 3 χρόνια να συμπληρώσει τα εννιά μαθήματα.
Κανονισμοί: (α) Ένας μπορεί να πάρει ένα μάθημα επιπέδου 2 ή 3, όταν έχει συμπληρώσει το προηγούμενο επίπεδο του ιδίου μαθήματος σε προηγούμενο χρόνο.
(β) Ένας μπορεί να πάρει την Ηλεκτρολογία επίπεδο 1 μόνο όταν έχει ήδη παρακολουθήσει τη Μηχανολογία επίπεδο 1 και για την Ηλεκτρολογία επίπεδο 2 εάν έχει ήδη παρακολουθήσει τη Μηχανολογία επίπεδο 2.
Ποια μαθήματα πρέπει να προσφέρει το κολέγιο κάθε έτος, για να μπορέσουν οι φοιτητές να αποφοιτήσουν;

Πίνακας 2: Παράδειγμα έργου από κάθε κατηγορία προβλημάτων.

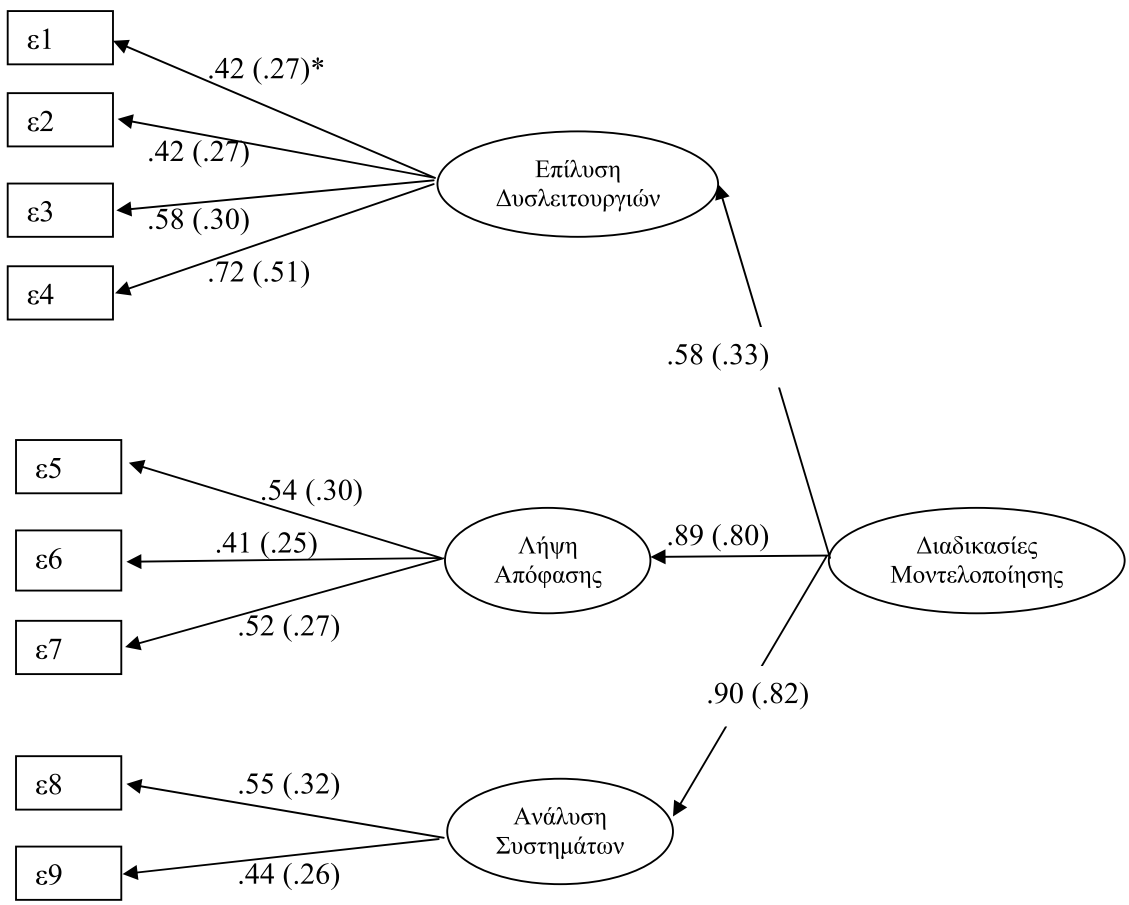
Ανάλυση

Η αξιολόγηση της εγκυρότητας του προτεινόμενου μοντέλου στηρίχτηκε σε επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση (CFA). Αυτή ελέγχει την προσαρμογής των δεδομένων της έρευνας στο θεωρητικό μοντέλο της κατηγοριοποίησης των διαδικασιών μοντελοποίησης στα τρία είδη προβλημάτων. Για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό δομικής ανάλυσης MPlus. Για τον έλεγχο της εγκυρότητας του μοντέλου λήφθηκαν υπόψη τρεις δείκτες: ο λόγος x^2 προς τους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου (x^2/df), ο δείκτης comparative fit index (CFI), και ο δείκτης RMSEA. Για να είναι αποδεκτό το μοντέλο, η τιμή του λόγου x^2/df πρέπει να είναι μικρότερη του 2, η τιμή του δείκτη CFI πρέπει να είναι μεγαλύτερη από .9 και η τιμή του RMSEA πρέπει να είναι μικρότερη του .08 (Marcoulides & Schumacker, 1996). Για τη σύγκριση της ικανότητας μοντελοποίησης μεταξύ μαθητών δημοτικού και γυμνασίου χρησιμοποιήθηκε πολλαπλή ανάλυση διασποράς (MANOVA).

4. Αποτελέσματα

Το προτεινόμενο μοντέλο για την ικανότητα μοντελοποίησης

Στην παρούσα εργασία προτείνεται ένα μοντέλο, το οποίο είναι ικανό να περιγράψει τις διαδικασίες μοντελοποίησης που καλούνται να εφαρμόσουν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων των τριών κατηγοριών: λήψης απόφασης, ανάλυσης και σχεδιασμού συστημάτων και επίλυσης δυσλειτουργιών σε συστήματα. Όπως παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2, το προτεινόμενο μοντέλο αποτελείται από τρεις παράγοντες 1ης τάξης και ένα παράγοντα δεύτερης τάξης. Οι παράγοντες 1ης τάξης αναφέρονται στις διαδικασίες μοντελοποίησης στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων. Μια από τις υποθέσεις της έρευνας είναι ότι οι παράγοντες αυτοί συνθέτουν ένα γενικό παράγοντα που επεξηγεί την ικανότητα εφαρμογής των *διαδικασιών μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος*.



Διάγραμμα 2: Το προτεινόμενο μοντέλο

* Ο πρώτος αριθμός δείχνει το συντελεστή φόρτισης και ο αριθμός στην παρένθεση την αντίστοιχη ερμηνευόμενη διασπορά (r^2).

Τα αποτελέσματα της επιβεβαιωτικής παραγοντικής ανάλυσης έδειξαν ότι όλα τα έργα είχαν στατιστικά σημαντικές φορτίσεις στους αντίστοιχους παράγοντες, όπως παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 2. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι η προσαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα ήταν ικανοποιητική, επιβεβαιώνοντας την εγκυρότητα της δομής του μοντέλου (CFI=0.967, x^2= 29.39, df= 23, x^2/df=1.27, p>0.16, RMSEA=0.044) και αποδεικνύοντας ότι οι διαδικασίες μοντελοποίησης στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων μπορούν να αναπαραστήσουν τρεις διακριτές κατηγορίες διαδικασιών μοντελοποίησης στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος.

Όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2, η ερμηνευόμενη διασπορά των έργων ήταν ικανοποιητική, δείχνοντας ότι η διασπορά των έργων του δοκιμίου μπορεί να ερμηνεύσει τη διασπορά των τριών παραγόντων του μοντέλου. Παρουσιάζεται, επίσης, ότι οι ερμηνευόμενες διασπορές των τριών παραγόντων στο γενικό παράγοντα διαδικασιών μοντελοποίησης είναι πολύ ψηλές. Ειδικότερα, οι παράγοντες που αναφέρονται στα προβλήματα λήψης απόφασης και επίλυσης συστημάτων, ερμηνεύουν ένα πολύ μεγάλο ποσοστό της διασποράς του γενικού παράγοντα διαδικασιών μοντελοποίησης στην επίλυση προβλήματος.

Διαφορές μεταξύ μαθητών δημοτικού και γυμνασίου

Ο δεύτερος στόχος της έρευνας ήταν η διερεύνηση των διαφορών της ικανότητας μοντελοποίησης μαθητών δημοτικού και γυμνασίου. Πραγματοποιήθηκε πολλαπλή ανάλυση διασποράς (MANOVA) με εξαρτημένες μεταβλητές την ικανότητα μοντελοποίησης στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων του δοκιμίου που δόθηκε και ανεξάρτητη μεταβλητή την τάξη που ανήκε ο κάθε μαθητής. Τα αποτελέσματα της πολλαπλής ανάλυσης διασποράς έδειξαν ότι υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών δημοτικού και γυμνασίου (Pillai's $\underline{F}_{(3,198)} = 9.099$, $\underline{p}<0.01$).

	Μαθητές Δημοτικού		Μαθητές Γυμνασίου	
	Μ.Ο	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
Ικανότητα Εφαρμογής Διαδικασιών Μοντελοποίησης:				
- Λήψης Απόφασης	0,52	0,32	0,66	0,23
- Ανάλυσης Συστήματος	0,22	0,25	0,44	0,34
- Δυσλειτουργίας Συστήματος	0,07	0,18	0,14	0,23

Πίνακας 3: Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις των Δύο Ομάδων στις Τρεις Κατηγορίες Προβλημάτων

Υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών δημοτικού και γυμνασίου και στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων: λήψης απόφασης ($F_{(1,198)} = 618$, $p<0{,}01$), ανάλυσης συστήματος ($F_{(1,198)} = 229$, $p<0{,}01$) και δυσλειτουργίας συστήματος ($F_{(1,198)} = 55$, $p<0{,}01$). Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, οι μαθητές του γυμνασίου είχαν σημαντικά υψηλότερο μέσο όρο από τους μαθητές του δημοτικού και στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων. Συγκεκριμένα ο μέσος όρος των μαθητών του γυμνασίου στα προβλήματα λήψης ήταν 0,66 ενώ ο μέσος όρος των μαθητών του δημοτικού ήταν 0,52. Στην κατηγορία προβλημάτων ανάλυσης συστήματος, ο μέσος όρος των μαθητών του γυμνασίου ήταν διπλάσιος από το μέσο όρο των μαθητών του δημοτικού ($\bar{x}_{\text{γυμνασίου}}=0{,}44$ και $\bar{x}_{\text{δημοτικού}}=0{,}22$). Το ίδιο φαινόμενο παρουσιάστηκε και στην κατηγορία προβλημάτων δυσλειτουργίας συστήματος, όπου ο μέσος όρος των μαθητών του γυμνασίου ήταν 0,14 και του δημοτικού 0,07. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, όλοι οι μαθητές είχαν τις περισσότερες δυσκολίες στα προβλήματα ανάλυσης συστήματος και δυσλειτουργίας συστήματος. Η επίδοση των μαθητών και του γυμνασίου και του δημοτικού ήταν ιδιαίτερα χαμηλή στα προβλήματα δυσλειτουργίας συστήματος, δείχνοντας ότι ουσιαστικά δεν μπορούν να λύσουν τέτοιου είδους προβλήματα.

5. Συμπεράσματα - Συζήτηση

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας, οι μαθητές εφαρμόζουν τις διαδικασίες μοντελοποίησης με μεγαλύτερη ευκολία κατά την επίλυση προβλημάτων λήψης απόφασης, στη συνέχεια σε έργα ανάλυσης και σχεδιασμού συστημάτων και τέλος κατά την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν δυσλειτουργίες συστημάτων. Το αποτέλεσμα αυτό, δείχνει ότι θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν δυσλειτουργίες συστημάτων. Σε αυτά οι μαθητές χρειάζεται όχι μόνο να κατανοήσουν τα κύρια χαρακτηριστικά ενός συστήματος και τις απαιτήσεις για την επίτευξη ενός συγκεκριμένου σκοπού, αλλά και να αναγνωρίσουν τις σχέσεις εξάρτησης μεταξύ μεταβλητών, ώστε να μπορούν να διορθώνουν δομές και λειτουργίες στα συστήματα που παρουσιάζονται στα αντίστοιχα προβλήματα (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta & Sriraman, 2005: English, 2003).

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε, θα μπορούσε να αξιοποιηθεί τόσο από ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών, όσο και από εκπαιδευτικούς, για την κατανόηση των διαδικασιών μοντελοποίησης που ακολουθούνται κατά την επίλυση προβλήματος. Το μοντέλο παρουσιάζει ότι υπάρχουν συγκεκριμένες διαδικασίες που αναπτύσσουν την ικανότητα λύσης προβλήματος και διαφέρουν ανάλογα με τον τύπο προβλήματος. Οι εκπαιδευτικοί, λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω σημεία, θα μπορούσαν να καλλιεργήσουν τις προτεινόμενες δεξιότητες, εφαρμόζοντας αρχικά προβλήματα λήψης απόφασης. Ακολούθως, κατά την επίλυση προβλημάτων ανάλυσης συστήματος και σχεδιασμού ή προβλημάτων επίλυσης δυσλειτουργιών, οι μαθητές θα έχουν τη δυνατότητα να εφαρμόσουν τις δεξιότητες που ανέπτυξαν κατά την επίλυση προβλημάτων λήψης απόφασης, σε πιο σύνθετα έργα (Roth & McGinn, 1997).

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές γυμνασίου είχαν υψηλότερη επίδοση στο δοκίμιο μέτρησης της ικανότητας μοντελοποίησης από τους μαθητές δημοτικού. Συγκεκριμένα, η επίδοση των δύο ομάδων μαθητών στα προβλήματα λήψης απόφασης ήταν παρόμοια, ενώ στα προβλήματα ανάλυσης και σχεδιασμού συστημάτων και στα προβλήματα επίλυσης δυσλειτουργιών σε συστήματα, οι μαθητές γυμνασίου είχαν διπλάσια επίδοση σε σχέση με τους μαθητές δημοτικού. Αυτό από τη μια, δείχνει ότι οι μεγαλύτεροι σε ηλικία μαθητές μπορούν να εφαρμόζουν τις μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις που κατέχουν για τις διαδικασίες μοντελοποίησης σε πιο σύνθετα δομικά συστήματα. Από την άλλη, φαίνεται ότι η εξάσκηση των μαθητών γυμνασίου σε πιο σύνθετα προβλήματα έχει καταλυτική επίδραση στην ικανότητα τους να χειρίζονται σύνθετα προβλήματα μοντελοποίησης. Η διαδικαστική γνώση και η έλλειψη πολλές φορές εννοιολογικής κατανόησης, φαίνεται να δυσκολεύει όλους τους μαθητές, αλλά περισσότερο τους μαθητές δημοτικού, για την επέκταση των μοντέλων που αναπτύσσουν σε διαφορετικές καταστάσεις από αυτές που δίνονται στα διάφορα προβλήματα (Lesh & Doerr, 2003). Το σημείο αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για τους δασκάλους, αφού προτείνεται η κατασκευή προβλημάτων που να ενθαρρύνουν τους μαθητές να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους, εμπλέκοντας προϋπάρχουσες έννοιες και διαδικασίες. Οι εκπαιδευτικοί οι οποίοι έχουν συνήθως στη διάθεσή τους περιορισμένο χρόνο, μπορούν να αξιοποιήσουν προβλήματα από όλες τις κατηγορίες μοντελοποίησης, για να ενισχύσουν τις δεξιότητες των μαθητών τους στην επίλυση σύνθετων προβλημάτων μοντελοποίησης. Ταυτόχρονα, οι συγγραφείς αναλυτικών προγραμμάτων μπορούν να εμπνευστούν νέες δραστηριότητες επίλυσης μαθηματικού προβλήματος που θα βοηθήσουν τους μαθητές να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σύγχρονων κοινωνιών.

Αναφορές

Blum, W., & Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. *Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.*

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 37-68.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D, Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (International Reviews in Mathematics Education), 37*(3), 149-158.

Doerr, H., & English, L. (2003). A Modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education, 34*(2), 110-136.

English, L.D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 225–248.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J. (2000). Symbolizing, modeling and instructional design. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms* (pp. 225-274). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning & Instruction, 7,* 293–307.

Lesh, R., & Doerr, H. (1998). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components of models and modeling. In P. Cobb & E. Yackel (Eds.), *Symbolizing, communicating, and mathematizing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., & Doerr, H.M. (2003). *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J. (2003). Model development sequences. In H. M. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models&modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* (pp. 35–58). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Marcoulides, G. A., & Schumacker, R. E. (1996). Advanced structural equation modelling: Issues and techniques. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mousoulides, N., Pittalis, M., & Christou, C. (2006). Improving Mathematical Knowledge through Modeling in Elementary School. Paper accepted for publication in the 30th *Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague.

Organization for Economic Co-Operation and Development [OECD] (2004). Problem Solving for *Tomorrow's World – First Measures of Cross Curricular Competencies from PISA 2003, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/25/12/34009000.pdf. Retrieved* 29.09.2005.

Roth, W., & McGinn, M. (1997). Toward a new perspective on problem solving. *Canadian Journal of Education*, 22(1), 18-32.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 340-370). New York: Macmillan.

Wyndhamn, J., & Säljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning – A study of children’s mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, *7*(4), 361-382.

Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and* *modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.