

Η Ρεαλιστική μαθηματική Εκπαίδευση – RME

Γιάννης Κωνσταντίνου

Η ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση (Realistic Mathematics Education – RME) είναι μια ολλανδική προσέγγιση για την μαθηματική Εκπαίδευση η οποία ξεκίνησε να αναπτύσσεται περίπου το 1970. Αρχικά από το IOWO (Institute for the Development of Mathematical Education) το οποίο το οποίο ιδρύθηκε από τον ίδιο τον Freudenthal για την ανάπτυξη της μαθηματικής εκπαίδευσης και μετά τον θάνατό του μετονομάστηκε σε Ινστιτούτο Freudenthal (Freudenthal Institute). Η RME σύμφωνα με τις ιδέες του Freudenthal χαρακτηρίζεται από την σύνδεση των Μαθηματικών με την πραγματικότητα (reality) επιπροσθέτως χαρακτηρίζεται από την ανάγκη τα Μαθηματικά να βρίσκονται κοντά στις εμπειρίες των μαθητών αλλά και στην κοινωνία (society) (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Η παραδοσιακή διδασκαλία των Μαθηματικών έχει ως αφετηρία τα συμπεράσματα και τις προσπάθειες από πολλούς μαθηματικούς η οποία ξεκινάει αρκετά χρόνια πριν, ίσως και χιλιάδες αν σκεφτούμε τα στοιχεία του Ευκλείδη. Επομένως, η παραδοσιακή διδασκαλία παρουσιάζει τις μαθηματικές έννοιες ως κάτι που έχει βρεθεί και δεν μπορεί να ξαναβρεθεί. Ουσιαστικά με αυτόν τον τρόπο αφαιρεί από τον μαθητή την δυνατότητα να προσπαθήσει να ανακαλύψει κάτι ακόμα και αν αυτό έχει βρεθεί και από κάποιον άλλο. Κριτική στην παραδοσιακή διδασκαλία έκανε ο Freudenthal (1973) για αυτή την διδακτική αναστροφή της ιστορικής πορείας και εξέλιξης των Μαθηματικών, όπου το τέλος των αποτελεσμάτων των Μαθηματικών αποτελούν την αφετηρία της μαθηματικής εκπαίδευσης. Για αυτό την ονόμασε αντί-διδακτική αναστροφή. Την κριτική και τον χαρακτηρισμό ως αντί-διδακτικής, της παραδοσιακής διδασκαλίας, ακολούθησε η πρόταση του Freudenthal (1973) των Μαθηματικών ως ανθρώπινη δραστηριότητα. Σύμφωνα με αυτή την οπτική η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να έχει ως σημείο εκκίνησης τα Μαθηματικά ως δραστηριότητα και όχι ως ένα έτοιμο σύστημα διδασκαλίας Μαθηματικών εννοιών (Freudenthal, 1973). Οι μαθητές από απλοί δέκτες των έτοιμων Μαθηματικών που θα τους παρουσιάσει ο εκπαιδευτικός γίνονται ενεργοί συμμετέχοντες στην εκπαιδευτική διαδικασία. Επομένως, οι μαθητές αναπτύσσουν μαθηματικές έννοιες και εφαρμόζουν Μαθηματικά εργαλεία και στρατηγικές σε καθημερινά ρεαλιστικά φαινόμενα/προβλήματα ώστε να έχουν νόημα για αυτούς (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Ο Freudenthal δεν έβλεπε την μαθηματική γνώση ως αντικείμενο που ο εκπαιδευτικός θα μεταδώσει στον μαθητή, αντίθετα θεωρούσε ότι την μαθηματική γνώση ως ανθρώπινη δραστηριότητα (mathematics as human activity). Σύμφωνα με την θεωρία του πλαισίου RME στην μαθηματική εκπαίδευση, είναι εφικτό να δοθεί η ‘καθοδηγούμενη’ ευκαιρία στους μαθητές να ‘επανεφεύρουν’ μαθηματικές έννοιες (guided reinvention) και βλέποντας τα Μαθηματικά ως δραστηριότητα να μαθηματοποιήσουν ρεαλιστικές καταστάσεις ή φαινόμενα (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000, 2003).

Η Μαθηματοποίηση

Για τον Freudenthal τα Μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα έχουν ως πυρήνα την μαθηματοποίηση (Doorman, 2005). Η μαθηματοποίηση είναι ένας τρόπος οργάνωσης της δραστηριότητας από την οπτική των Μαθηματικών. Η μαθηματοποίηση μπορεί να γίνει είτε σε ένα ρεαλιστικό φαινόμενο είτε την ίδια στην ίδια την μαθηματική δραστηριότητα. Ο Treffers (1987) διαχωρίζει την μαθηματοποίηση σε οριζόντια και κατακόρυφη. Ως οριζόντια μαθηματοποίηση ορίζει την διαδικασία οργάνωσης και περιγραφής ενός πλαισιωμένου προβλήματος ή μιας ρεαλιστικής κατάστασης. Ενώ ως κατακόρυφη μαθηματοποίηση ορίζει την

μαθηματικοποίηση της ίδιας της μαθηματικής δραστηριότητας. Σύμφωνα με την Van Den Heuvel-Panhuizen (2003) στο τελευταίο του βιβλίο ο Freudenthal (1991) υιοθέτησε την διάκριση της μαθηματικοποίησης από τον Treffers. Σε ένα μεταφορικό επίπεδο η οριζόντια μαθηματικοποίηση είναι ένας τρόπος να μεταφερθείς από τον πραγματικό κόσμο στον κόσμο του μαθηματικού συμβολισμού. Ενώ η κατακόρυφη μαθηματικοποίηση είναι ένας τρόπος να μετακινείσαι μέσα στον 'κόσμο των Μαθηματικών'. Ο Freudenthal σημείωσε επίσης ότι οι δύο κόσμοι δεν είναι ξένοι μεταξύ τους και τελικά δεν είναι ξεχωριστοί κόσμοι. Οι Jupri και Drijvers (2016) αντίστοιχα αναφέρουν ως μαθηματικοποίηση την διαδικασία μετατροπής ενός ρεαλιστικού προβλήματος σε συμβολικό μαθηματικό πρόβλημα ή την αναδιοργάνωση του μαθηματικού συστήματος και των Μαθηματικών διαδικασιών.

Κοινωνικές διαστάσεις στην RME

Σύγχρονες αντιλήψεις υποστηρίζουν ότι η μάθηση εμπεριέχει κοινωνικές διαστάσεις σε αντίθεση με το παρελθόν όπου η μάθηση θεωρούνταν ατομική υπόθεση. Όταν οι μαθητές αποτελούν μέρος της σχολικής τάξης ή μιας ομάδας μαθητών με στόχο την διερεύνηση και επίλυση ενός προβλήματος αναπτύσσουν συλλογικούς συλλογισμούς. Η συζήτηση μεταξύ των μαθητών στην ομάδα που είναι ενταγμένοι δημιουργεί ένα πρόσφορο έδαφος για να εκφράσουν τις ιδέες τους και να τις εξηγήσουν αναλυτικότερα, να επιχειρηματολογήσουν για αυτές αλλά και για τις ιδέες συμμαθητών τους όπως και να σημειώσουν λάθη και ασυνέπειες σε ιδέες, σε προτάσεις αλλά και σε αιτιολογήσεις που εμφανίζονται στην κοινωνική ομάδα που βρίσκονται. Η μάθηση και η διδασκαλία των Μαθηματικών Freudenthal (1987) είναι κοινωνικό αλλά και πολιτισμικό φαινόμενο όπου σύμφωνα με τους Lave και Wenger (1991) όταν οι μαθητές λειτουργούν σε ένα πλαίσιο συνεργασίας τότε ενθαρρύνεται η συλλογική επιχειρηματολογία (Τριανταφύλλου, Μπακογιάννη & Κόσουβας, 2017).

Σύμφωνα με τον Freudenthal (1987) και την φιλοσοφία της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης (RME) τα Μαθηματικά προκύπτουν από την πραγματικότητα και επεκτείνονται διαρκώς μέσα από ατομικές αλλά και συλλογικές μαθησιακές διαδικασίες. Οι μαθητές δεν είναι απλοί παρατηρητές αλλά ενεργοί συμμετέχοντες στην μαθησιακή διαδικασία η οποία λαμβάνει χώρα στο κοινωνικό πλαίσιο της σχολικής τάξης. Σύμφωνα με τον Treffers (1987) οι μαθητές μαθαίνουν Μαθηματικά κάνοντας Μαθηματικά, κάτι που ταιριάζει με την ερμηνεία του Freudenthal των Μαθηματικών ως ανθρώπινη δραστηριότητα. Η μαθηματική γνώση, όπως και τα υπόλοιπα οικοδομήματα γνώσεων, είναι παράγωγα της ανθρώπινης εφευρετικότητας όπως και των κοινωνικών δραστηριοτήτων (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Η αρχή της αλληλεπίδρασης της RME προτείνει οι μαθητές να αντιμετωπίζονται από τον δάσκαλο ως ενεργά μέλη της μαθησιακής διαδικασίας είτε προκαλώντας συζητήσεις με ολόκληρη την τάξη είτε επιτρέποντας την επικοινωνία και εργασία σε μικρότερες ομάδες. Δημιουργούνται έτσι ευκαιρίες ώστε οι μαθητές να μοιραστούν της στρατηγικές τους, τις ιδέες τους και τις ανακαλύψεις τους σε ολόκληρη την ομάδα. Συνεπώς οι ιδέες τους μπορούν να διαπραγματευτούν συλλογικά στην ομάδα ώστε να βελτιωθούν, να εφαρμοστούν ή και να απορριφθούν. Η αλληλεπίδραση αυτή ενεργοποιεί τους μαθητές και τους επιτρέπει να φτάσουν σταδιακά σε ένα ανώτερο επίπεδο κατανόησης (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Βιβλιογραφία

Doorman, L. M. (2005). *Modelling motion from trace graphs to instantaneous change*. CD-β Press, Center for Science and Mathematics Education.

- Doorman, L. M., & Gravemeijer, K. P. E. (2009). Emergent modeling: discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM*, 41(1-2), 199-211.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Gravemeijer, K. & Doorman, D. (1999). Context problems in Realistic Mathematics Education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics* 39, 111–129.
- Jupri, A., & Drijvers, P. H. M. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Treffers, A. (1987). Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980-1990. In L. Streefland (ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht: CD-β Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.
- Τριανταφύλλου, Χ., Μπακογιάννη, Δ., Κόσυβας, Γ. (2017). *Η Πορεία διαμόρφωσης του συλλογικού συλλογισμού μιας ομάδας μαθητών*. Πρακτικά 7ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών: Μαθηματική Γνώση και Διδακτικές Πρακτικές. Αθήνα: ΕΝΕΔΙΜ.