

Άσκηση 1η (Μορφοποίηση σε ΠΑΠ)

Τμήμα RPD μιας εταιρείας

Χρηματοδότηση / Εισαγωγή 4 νέων προϊόντων στην Αγορά: P_1, P_2, P_3, P_4

Απόφαση: Ποιο ή Ποια θα χρηματοδοτήσει;
Σε ποιο επίπεδο ανάπτυξης θα φθάσουν;

Δεδομένα	P_1	P_2	P_3	P_4
κόστος	50κ	40κ	70κ	60κ
Επίπεδο				
κέρδη ανά μον. επένδυση	70	60	90	80

Στόχοι: Μέγιστοποίηση του συνολικού κέρδους

x_1, x_2, x_3, x_4 : Το επίπεδο ανάπτυξης για τα P_1, P_2, P_3, P_4 αντιστοίχως.

Περιορισμοί: Προϋποκ., Ανάπτυξη

1) Δεν μπορεί να χρηματοδοτηθούν περισσότερα από δύο προϊόντα

2) Το P_3 (P_4) μπορεί να χρηματοδοτηθεί μόνο αν χρηματοδοτηθεί το P_1 ή το P_2

3) Θα πρέπει να ισχύει τουλάχιστον ένας από τους περιορισμούς $5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 600$
 $4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 600$

Μοντελοποίηση

Μεταβλητές Απόφασης

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{αν χρηματοδοτώμε το } P_i \\ 0, & \text{δεν το χρειαζόμαστε} \end{cases} \quad i=1,2,3,4$$

fixed $M \gg 0$.

$$x_i = \text{επινοώδω οφέλη από το } P_i \quad i=1,2,3,4$$

Αντικαταστάσιμα: Μέγ. Σύνολ. κέρδος

$$\max z = -50000x_1 + 70x_1 - 40000x_2 + 60x_2$$

$$-70000x_3 + 90x_3 - 60000x_4 + 80x_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \quad \leadsto \text{οχ. πρ. 155074ρα από δύο projects.}$$

$$x_3 \leq x_1 + x_2$$

$$x_4 \leq x_1 + x_2$$

$$5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 6000 + M \cdot x_5$$

$$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 6000 + M(1 - x_5)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i=1 \dots 5, \quad x_i \geq 0, \quad x_i \leq Mx_i \quad i=1, \dots, 4.$$

Το σφ. μ : ο
πρόσθετο στο
κέρδος.

2. Άσκηση Μεγιστο, ελαττο - πρόγραμμα

Να βρεθεί το παρμ $\min z = 15x_1 + 10x_2$

$$15x_1 + 5x_2 \geq 30$$

$$10x_1 + 10x_2 \geq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$$

με την μέγιστο ελαττο - πρόγραμμα

$$15x_1 + 10x_2 = 30 = c.$$

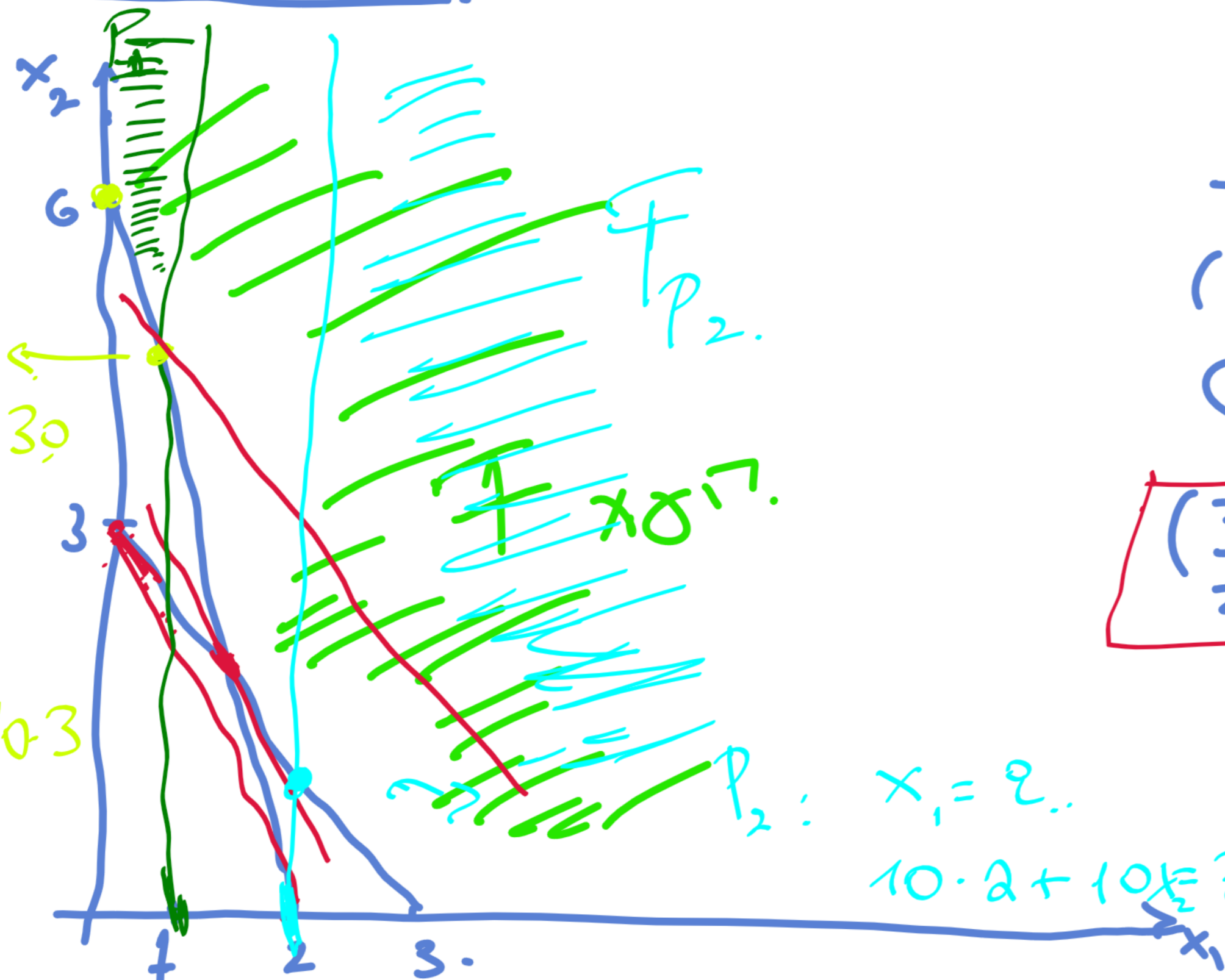
$$15x_1 + 5x_2 = 30$$

$$10x_1 + 10x_2 = 30 \Rightarrow$$

$$x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$$

Γραφική Επίλυση

στη χρήση του ίδιου χώρου το ηυριστοίς ανεξαρτητάς



<u>Κορυφή</u>	<u>z</u>
(0, 6)	60
(3, 0)	45
$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	37.5

\rightarrow δειξ είναι βρημ του παρμ

$$x_1 = 1$$

$$15 + 5x_2 = 30$$

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$z = 15 \cdot 1 + 10 \cdot 3 = 45$$

$$P_2: x_1 = 2$$

$$10 \cdot 2 + 10x_2 = 30 \Rightarrow x_2 = 1$$

$$\Rightarrow (2, 1) \text{ με } z^* = 15 \cdot 2 + 10 \cdot 1 = 40$$

$$P: \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$z^* = 37.5$$

$x_1 \leq 1$

$x_1 \geq 2$

$$P_1: (1, 3)$$

$$z^* = 45$$

$$P_2: (2, 1)$$

$$z^* = 40$$

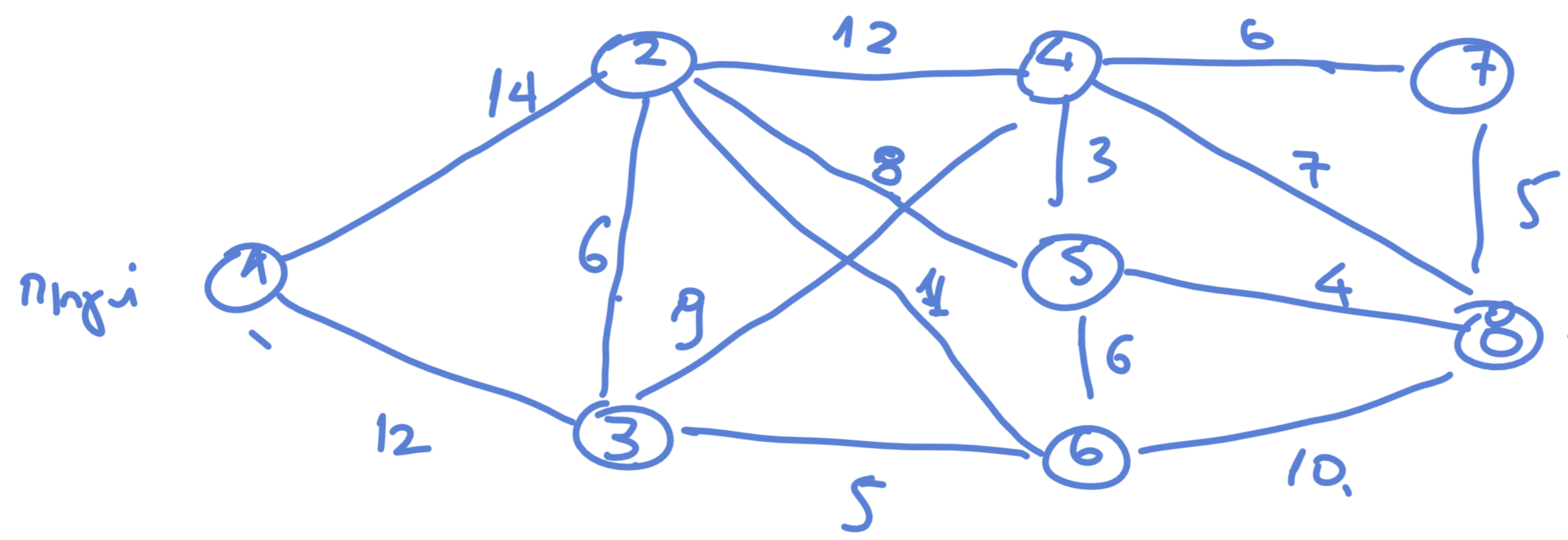
ακέραιες λύσεις
 $z^* = 45$ από φρονιμά.

ακέραιες λύσεις
καλύτερα από τα προηγούμενα.

Λύση του παλιού είναι η $(x_1, x_2) = (2, 1)$ με $z^* = 40$

Άσκηση 3_β

Δίνεται το παρακάτω μη προσανατολισμένο διαγράμμα.



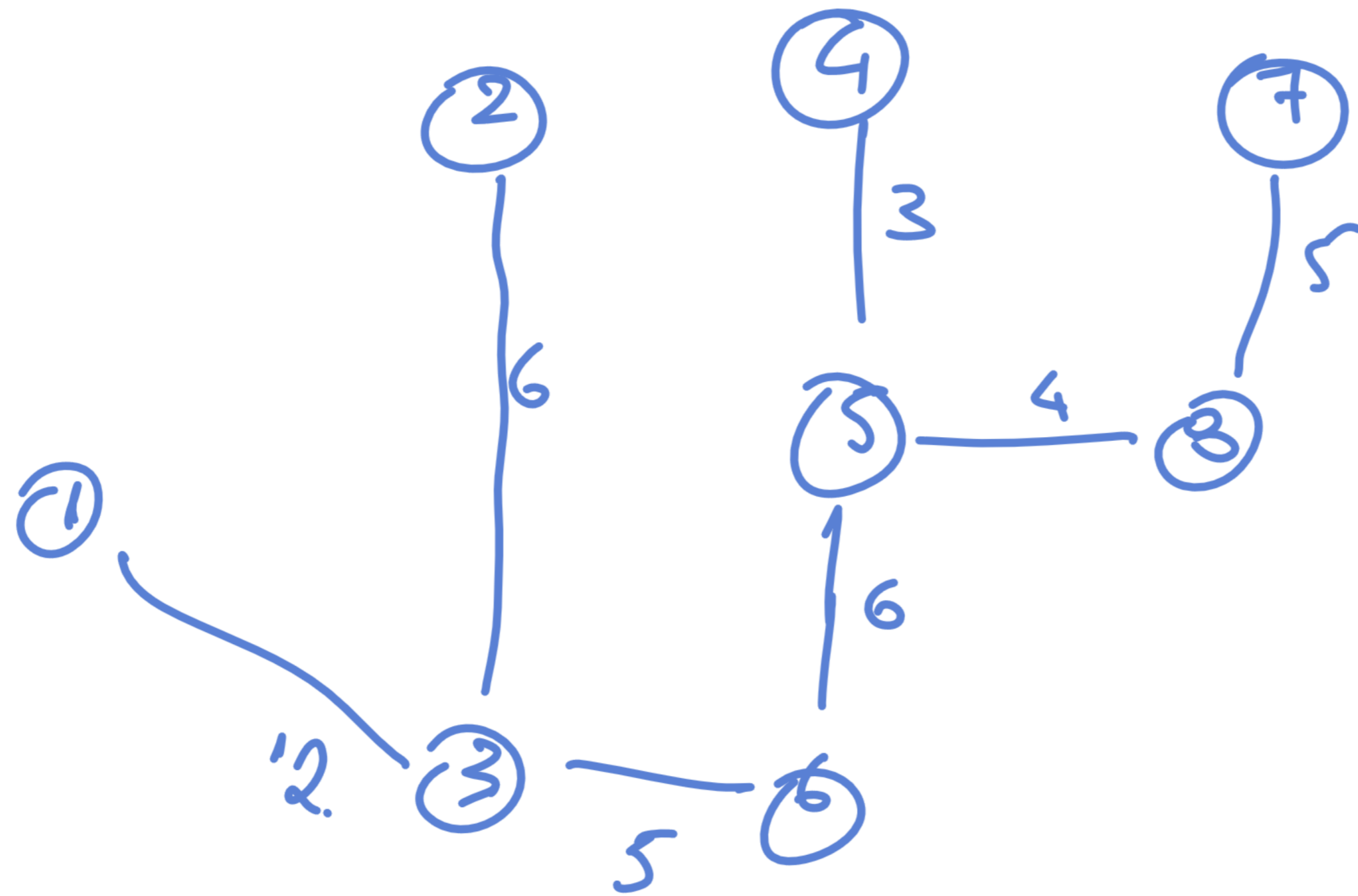
- (i) βέλτιστη συντομότερη διαδρομή
- (ii) δέντρο ελαχίστων κόστους.
- (iii) Σχεδίαση Μείζονος Ροής..

πηγή

Βήμα n	Λυμένοι κόμβοι	Πλυσ. Αλγόθ.	Συνολ. αποστ. οικόπληξη	ηίστα, πλησιέστερος κόμβος	Ελαγ. Αποστ	Βέλτ. Ακμή.
1	1	3	12	3		
2,3	1	2.	14	2.	12.	1-3
	3	6	$12+5=17$	6	14	1-9.
4	2	5	$14+8=22$		17	3-6.
	3	4	$12+9=21^*$	4		
	6	5	$17+6=23$		21	3-4
5	2	5	$14+8=22^*$			
	4	5	$21+3=24$	5	22	2-5.
	6	5	$17+6=23$			
6	4	7	$21+6=27$			
	5	8.	$22+4=26^*$	8	26	5-8
	6	8	$17+10=27$			<u>5-8</u>
7	4	7	$21+6=27$			
	8	7	$26+5=31$			

& επιβεβαιώνεται βέλτιστα με $Z = 26$
 1-2-5-8

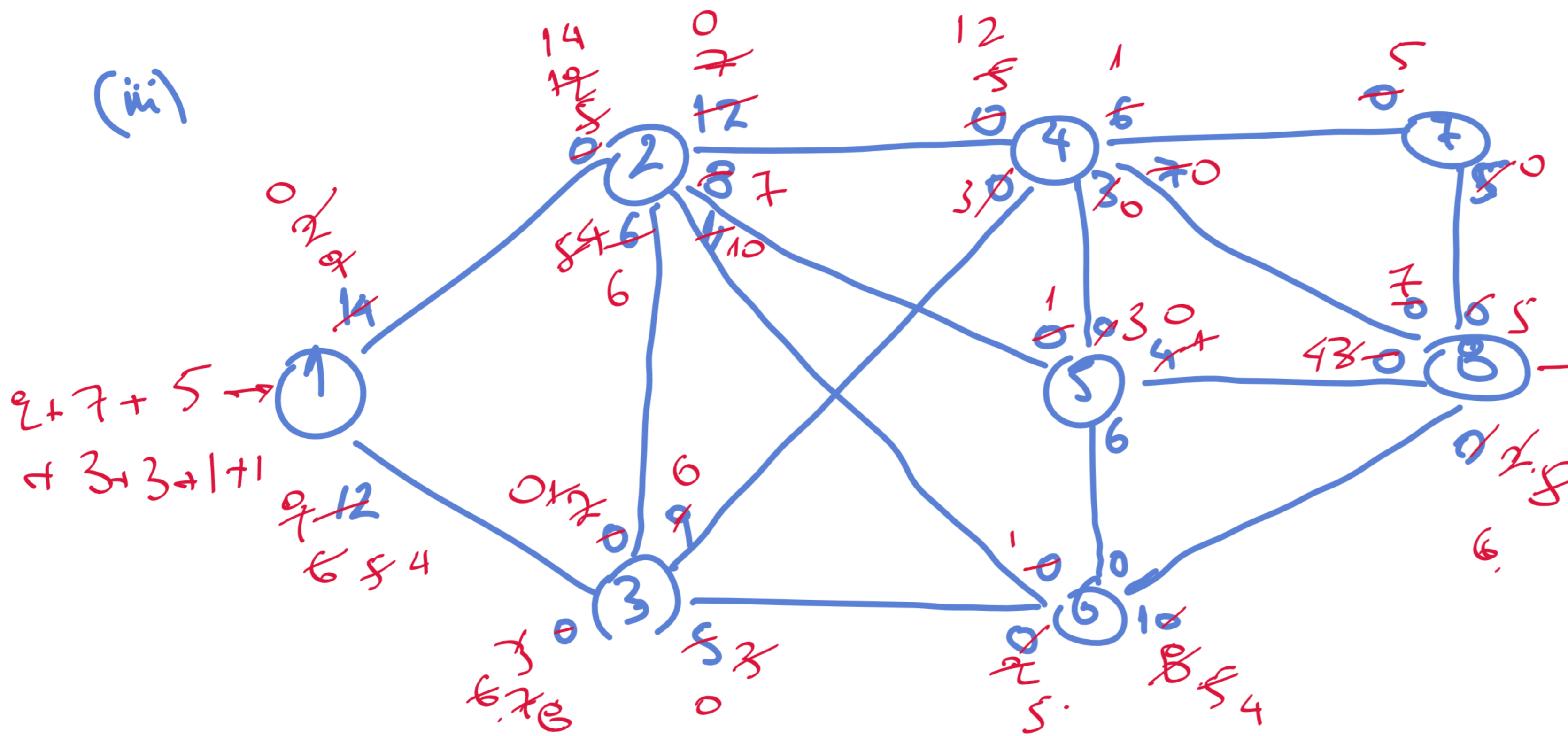
(ii)



Βέλτιστο Πίκο

$$2 + 6 + 5 + 3 + 6 + 4 + 5 = 41.$$

(iii)



Εναρξησαν Μονοπατι Μεγιστη Ραση

$$1-2-4-7-8 \quad \min\{14, 12, 6, 5\} = 5.$$

$$1-2-4-8 \quad \min\{9, 7, 7\} = 7$$

$$1-2-3-6-8 \quad \min\{2, 6, 5, 10\} = 2$$

$$5 + 7 + 2 + 3 + 3 + 1 + 1 = \underline{22}.$$

$$1-3-6-8 \quad \min\{12, 3, 8\} = 3$$

$$1-3-4-5-8 \quad \min\{9, 9, 3, 4\} = 3$$

$$1-3-2-5-8 \quad \min\{6, 2, 8, 13\} = 1$$

$$1-3-2-6-8 \quad \min\{5, 1, 11, 5\} = 1$$