7.5 Θεωρήστε τη εκτίμηση της ακόλουθης συνάρτησης κατανάλωσης:

$$\hat{c}_t = \underset{(-39,3)}{-21,1} + \underset{(45,0)}{0,98}\, y_t + \varepsilon_t, \quad t = 1,2,...,32$$

όπου οι τιμές του t-κριτηρίου βρίσκονται στις παρενθέσεις. Ο συντελεστής προσδιορισμού της παραπάνω εκτίμησης και το DW κριτήριο βρέθηκαν ότι είναι: $\bar{R}^2 = 0,98$ και $d = 0,20$.

Ελέγξατε αν το παραπάνω υπόδειγμα παρουσιάζει αυτοσυσχέτιση. Βασιζόμενοι στα αποτελέσματα του ελέγχου, αυτού μπορείτε να αιτιολογήσετε γιατί η τιμή του $\bar{R}^2$ είναι τόσο υψηλή. Με βάση τις εκτιμήσεις του υποδείγματος, μπορείτε να παρουσιάσετε τον FGLS εκτιμητή του υποδείγματος.

Λύση

Επειδή δεν υπάρχει βοηθητική παλινδρόμηση, θα χρησιμοποιήσουμε αναγκαστικά τον έλεγχο των Durbin-Watson.

H_0: $d = 2 \ (\rho = 0)$

H_1: $d < 2 \ (\rho > 0)$

Επειδή $k = 2$ και $T = 32$, οι κριτικές τιμές είναι $d_{LC} = 1,31$ και $d_{UC} = 1,57$. Επειδή $d = 0,20 < d_{LC}$, απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση H_0, δηλαδή υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση 1ου βαθμού.

Η εκτίμηση του συντελεστή αυτοπαλινδρόμησης υπολογίζεται ως:

$$d = 2\left(1-\hat{\rho}\right) \Leftrightarrow \hat{\rho} = 1 - \frac{d}{2} = 1 - \frac{0,20}{2} = 1 - 0,10 = 0,90$$

Η μήτρα μετασχηματισμού είναι:

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & -\rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,43589 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ -0,90 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & -0,90 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & -0,90 & 1 \end{bmatrix}$$

Άρα $\hat{\beta}_{FGLS} = \left(X^{*\prime}X^*\right)^{-1} X^{*\prime}y^*$, όπου $y^* = Py$ και $X^* = PX$.