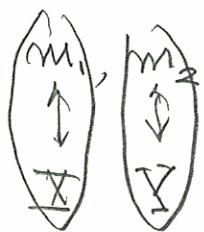


Σχολία : Το Πρόβλημα των δύο σωμάτων



$$\bar{a} = \frac{F}{m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X'' = \frac{Gm_2(Y-X)}{|Y-X|^3} \quad (1) \end{array} \right.$$

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y'' = \frac{Gm_1(X-Y)}{|X-Y|^3} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$Y = (y_1, y_2, y_3)$$

Κέντρο Μάζας

$$Z = \frac{m_1 X + m_2 Y}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Παρατήρηση (Διατήρηση της Ορμής)

- ①
- ②
- ③

$$\Rightarrow Z'' = 0 \quad \Rightarrow \quad Z(t) = \bar{C}_1 t + \bar{C}_2$$

Κίνηση επί ευθείας με σταθερά ταχύτητα

$$X := X - Z = X - \frac{m_1 X + m_2 Y}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 (X - Y)}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$X'' = X'' - Z'' = X'' = \frac{Gm_2 (Y - X)}{|Y - X|^3} \quad (5)$$

$$\downarrow$$

$$X - Y = \frac{m_1 + m_2}{m_2} X$$

$$X'' = \cancel{Gm_2} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} X \right) \frac{1}{\left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^3 |X|^3}$$

$$= - \frac{m_2^3 G}{(m_1 + m_2)^2} \frac{X}{|X|^3}$$

- Κεντρική Δύναμη
- Σωτηριότητα
- $V(x) = -\frac{1}{|x|}$

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{1}{r^2}$$

#

Άσκηση 5 Επαληθεύστε τα εξής:

$$\begin{cases} F = -\nabla V \\ V = -\frac{1}{|x|} \end{cases}$$

Δείξτε (5.21 [HS])

$$x'' = (r'' - \theta'^2 r) \hat{r} = \frac{F(x)}{m} = \frac{1}{m} + \nabla \left(\frac{1}{|x|} \right) \frac{1}{m}$$

και είναι

$$h = r^2 \theta' = \text{σταθερά.}$$

$$\textcircled{2} \quad \theta' = \frac{h}{r^2}$$

$$= \neq \frac{x}{|x|^3} \frac{1}{m}$$

$$\therefore r'' - (\theta')^2 r = \neq \frac{1}{mr^2} \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow r'' - \left(\frac{h}{r^2} \right)^2 r = \frac{-1}{mr^2}$$



$$r'' = \frac{h^2}{r^3} - \frac{1}{mr^2}$$

$$r'' = -\frac{dW(r)}{dr}$$

$$W(r) = -\frac{1}{mr} + \frac{h}{2r^2}$$

$$\begin{cases} r' = v \\ v' = \frac{h^2}{r^3} - \frac{1}{mr^2} \end{cases}$$

$$H(r, v) = \frac{v^2}{2} + W(r) \quad \square$$

σταθερά κατά την εξίσωση.