[Υπόδειξη: Θέστε στην ταυτότητα $1+z+\dots+z^{n-1} = \frac{z^{n+1}-1}{z-1}$, όπου $z=e^{i\theta}$ και εξισώστε τα πραγματικά μέρη της προκύπτουσας εξίσωσης.]

9) Έστω $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}$ οι διαδοχικές κορυφές κανονικού n-γώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο $C(a,R)$ ($a\in\mathbb{C}$, $R>0$, $n\geq 2$). Αποδείξτε ότι: α) Αν $a=0$, τότε οι κορυφές του n-γώνου συμπίπτουν με τις ρίζες κατάλληλου μιγαδικού και συμπεράνατε ότι $\omega_0+\omega_1+\dots+\omega_{n-1}=0$.

β) Υπολογίστε στην περίπτωση $a\neq 0$ το άθροισμα $\omega_0+\omega_1+\dots+\omega_{n-1}$.

[Υπόδειξη. Επιλέγουμε μια κορυφή π.χ. την $z_0=Re^{i\theta}$ και θέτουμε $\omega=z_0^n$. Οι λύσεις της εξίσωσης $z^n=\omega$ είναι οι κορυφές του n-γώνου.]

10) Έστω $z_0, z_1, \dots, z_{n-1}$, οι n-οστές ρίζες της μονάδας ($n\geq 2$). Μελετήστε ως προς την σύγκλιση την ακολουθία z_1^m, $m\geq 1$ ($z_1=e^{\frac{2\pi i}{n}}$).

11) Έστω (z_n) ακολουθία μιγαδικών αριθμών ώστε $z_n\to z\in\mathbb{C}$. Αποδείξτε ότι: α) $|z_n|\to|z|$, ισχύει το αντίστροφο;

β) $\frac{z_1+\dots+z_n}{n}\to z$.