

Άλγεβρα II 2024–25

4ο Φυλλάδιο Ασκήσεων

- (1) Έστω $R := \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ ο δακτύλιος των 2×2 πινάκων με στοιχεία από το $\mathbb{R}$. Δείξτε ότι το $\text{Mat}_{2 \times 1}(\mathbb{R})$ είναι απλό R -πρότυπο (με διάφορους τρόπους).
- (2) Έστω R ένας δακτύλιος με μονάδα. Δείξτε ότι κάθε ιδεώδες του $\text{Mat}_{n \times n}(R)$ είναι της μορφής $\text{Mat}_{n \times n}(J)$ για κάποιο μοναδικά ορισμένο ιδεώδες J του R .
- (3) Έστω M_1, M_2 δύο R -πρότυπα. Δείξτε ότι

$$\text{End}_R(M_1 \oplus M_2) \cong \begin{pmatrix} \text{End}_R(M_1) & \text{Hom}_R(M_2, M_1) \\ \text{Hom}_R(M_1, M_2) & \text{End}_R(M_2) \end{pmatrix}.$$