Παράδειγμα lifetimes (συνέχεια)

με NR

Θέλουμε να λύσουμε την εξίσωση:

$$F(\theta) = -\frac{2n}{\theta} + \frac{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\theta^3} = 0$$

$$F(\theta) = -2n + \frac{2\sum x_i^2}{\theta^2} = 0$$

$$F(\theta) = -n\theta^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0$$

$$F'(\theta) = -2n\theta$$

$$x_{new} = x_0 - \frac{F(x_0)}{F'(x_0)} =$$

$$= x_0 - \frac{n \cdot x_0^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{-2 \cdot n \cdot x_0}$$

Παράδειγμα 2: Συχνότητες λέξεων:

x	1	2	3	4	5	6	7
συχνότητα	797	301	77	17	6	1	1

Θα προσαρμόσω στα δεδομένα την Περικομμένη κατανομή Poisson και θα βρω την παράμετρο λ με NR γιατί ∄ κλειστού τύπου εξίσωση για να υπολογίσω την παράμετρο απευθείας από τα δεδομένα.

$$F(\lambda) = \frac{1}{\lambda}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{n\cdot e^{\lambda}}{e^{\lambda}-1} = 0 \quad , \lambda > 0$$

$$F(\lambda) = (e^{\lambda}-1)\sum_{i=1}^{n} x_i - \lambda\cdot n e^{\lambda} = 0$$

$$F(\lambda) = (e^{\lambda}-1)\,\bar{x} - \lambda\cdot e^{\lambda} = 0$$

$$F(\lambda) = \bar{x} - \frac{\bar{x}}{e^{\lambda}} - \lambda = 0$$

$$F'(\lambda) = \frac{\bar{x}}{e^{\lambda}} - 1 = 0$$

Η F έχει 2 ρίζες η μία είναι $\lambda = 0.79692 > 0$ είναι αποδεκτή λύση και η δεύτερη $\lambda < 0$ που δεν είναι αποδεκτή γιατί στην περικομμένη Poisson η παράμετρος παίρνει μόνο θετικές τιμές. $\lambda > 0$.

Προσοχή: Ο αλγόριθμος μπορεί να συγκλίνει σε μη αποδεκτές λύσεις. (Ένα από τα μειονεκτήματα του αλγορίθμου NR)

N-R περισσότερες διαστάσεις

$l(\theta)$ ως προς ένα διάνυσμα παραμέτρων: $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$

$\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_p^{(0)})$ είναι το διάνυσμα με τις αρχικές τιμές των παραμέτρων

$\theta^{(new)} = (\theta_1^{(new)}, \dots, \theta_p^{(new)})$ είναι το διάνυσμα με τις καινούριες τιμές των παραμέτρων

Επαναληπτικός τύπος:

$$\theta^{(new)} = \theta^{(0)} - A^{-1}\theta^{(0)} g(\theta^{(0)})$$

όπου

διάνυσμα $$g(\theta) = \left(\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta_1}, \frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta_p} \right)$$

και A ένας $p \times p$ πίνακας με στοιχεία a_{ij} που δίνονται από τη σχέση:

$$\boxed{a_{ij} = \frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j}}$$