

Παράδειγμα αλγορίθμου N-R στην
 περίπτωση της κατανομής Γάμμα
 η συνάρτησή η.η.

$$f(x_i | a, b) = \frac{x_i^{a-1} \cdot b^a}{\Gamma(a)} \cdot e^{-b \cdot x_i} \text{ όπου } x, a, b > 0$$

$$L(x_i | a, b) = \prod_{i=1}^n f(x_i | a, b)$$

$$l(a, b) =$$

$$= (a-1) \cdot \sum_{i=1}^n \log x_i + n a \cdot \log b - b \cdot \sum_{i=1}^n x_i - n \log \Gamma(a)$$

$$\frac{\partial l(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^n \log x_i + n \cdot \log b - n \cdot \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)}$$

$$\frac{\partial l(a, b)}{\partial b} = \frac{n a}{b} - \sum_{i=1}^n x_i$$

$\frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$ = Διγάμμα
 συνάρτηση
 $\left(\frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}\right)'$ = Τριγάμμα
 συνάρτηση

Άρα το $g(\theta)$ του αλγορίθμου N-R όπου
 $\theta = (a, b)$ είναι:

$$g(\theta) = \left(\sum_{i=1}^n \log x_i + n \log b - n \cdot \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)}, \frac{n a}{b} - \sum_{i=1}^n x_i \right)$$

$$A = \begin{bmatrix} -n \cdot \left(\frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)}\right)' & \frac{n}{b} \\ \frac{n}{b} & -\frac{n \cdot a}{b^2} \end{bmatrix}$$

Έστω a_0 και b_0 οι αρχικές
 τιμές των παραμέτρων της
 Γάμμα κατανομής. Οι
 καινούριες τιμές a^{new} και b^{new}

προκύπτουν =

$$\begin{bmatrix} a^{new} \\ b^{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -n \left(\frac{\Gamma'(a_0)}{\Gamma(a_0)} \right)' & \frac{n}{b_0} \\ \frac{n}{b_0} & -\frac{na_0}{b_0^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \log x_i + n \log b_0 - n \frac{\Gamma'(a_0)}{\Gamma(a_0)} \\ \frac{na_0}{b_0} - \sum_{i=1}^n x_i \end{bmatrix}$$

Κατανομή Weibull

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} = 0 \Leftrightarrow -n + \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\lambda}}{\theta^{\lambda}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\theta = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\lambda}}{n} \right)^{1/\lambda} \quad (1)$$

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} + \sum_{i=1}^n \log x_i - n \log \theta - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta} \right)^{\lambda} \ln \left(\frac{x_i}{\theta} \right)$$

Με αντικατάσταση του θ από την
σχέση (1) στην εξίσωση $\frac{\partial l(\theta)}{\partial \lambda} = 0$

αφαιρούω το πρόβλημα και
κάνω NR σε 1 διαίστηση αντί
για 2 που είχα αρχικά.

Παραλαβή της Μεθόδου

NR : Μέθοδος Scoring
οπου η βασική ιδέα
είναι στην σχέση

$$\theta^{(new)} = \theta^{(0)} - A^{-1}(\theta^{(0)}) \cdot g(\theta^{(0)})$$

Απικαθιστώ τον πίνακα
A με τη E(A).