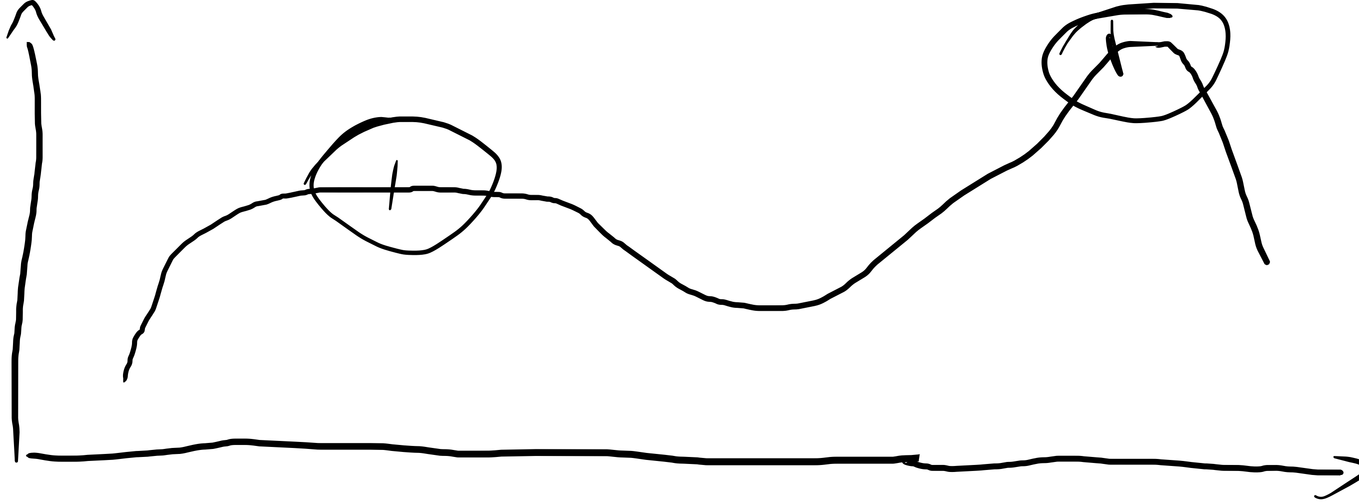

$$\sum_{j=1}^{p}\left(\theta_j^{(r+1)}-\theta_j^{(r)}\right)^2 \leq tol$$

Το κριτήριο tol το επιλέγουμε και είναι μία συγκεκριμένη τιμή. π.χ 10^{-6}, 10^{-10} ή 10^{-12}

Ο ΕΜ για το παράδειγμα της συχνότητας εμφάνισης λέξεων σε ένα κείμενο. (Πόσες λέξεις εμφανίστηκαν 1, 2, 3, ..., 7 φορές.)

x	1	2	3	4	5	6	7
συχνότητα εμφάνισης	797	301	77	17	6	1	1
	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7

x: λέξεις

Observed data $Y = (n_1, n_2, \dots, n_7)$

Περικομμένη Poisson με $X > 0$

Missing data θεωρώ το $x = 0$ και που λείπει το n_0 (στο παράδειγμα $m = 7$)

Complete data: $X = (n_0, n_1, n_2, \dots, n_m)$

$$L_{com}(\lambda/x) = \prod_{i=0}^{m} p_i^{n_i} = p_0^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdots p_m^{n_m}$$

όπου

$$p_i = \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!}$$

Όταν είχαμε την περικομμένη Poisson

η πιθανοφάνεια

$$L(\lambda / (n_1, \ldots, n_m)) = \prod_{i=1}^{m} p_i'^{\,n_i}$$

όπου $p_i' = P(X=i \mid X>0) =$

$$= \frac{f(i|\lambda)}{1-f(0|\lambda)} =$$

$$= \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!\,(1-e^{-\lambda})}$$

Στο παράδειγμα $m=7$

Estep:

$$E(n_0 \mid n_1, \ldots, n_m, \lambda) = (n_0 + n_1 + \ldots + n_m) \cdot e^{-\lambda} = e_0$$

$$n_0 = \begin{cases} 0, & e^{-\lambda} \\ \neq 0, & (1 - e^{-\lambda}) \end{cases}$$

Εφόσον το n_0 μετράει τη συχνότητα εμφάνισης του 0 ακολουθεί διωνυμική κατανομή

$$l_{com}(\lambda / x) = E(n_0 \mid n_1, \dots, n_m, \lambda) =$$

$$= -\lambda \cdot e_0 + \sum_{i=1}^{m} n_i \log\left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!}\right) =$$

$$= -\lambda \cdot e_0 + \sum_{i=1}^{m} n_i \left(-\lambda + i \log \lambda - \log i!\right) =$$

$$= -\lambda \cdot e_0 - \lambda \cdot \sum_{i=1}^{m} n_i + \log \lambda \cdot \sum_{i=1}^{m} i n_i - \sum_{i=1}^{m} n_i \log i!$$

$$\frac{\partial l_{com}(\lambda / x)}{\partial \lambda} = 0 \iff$$

$$-e_0 - \sum_{i=1}^{m} n_i + \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{m} i n_i = 0 \iff$$

$$\boxed{\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{m} i n_i}{e_0 + \sum_{i=1}^{m} n_i}}$$

Συνοπτικά τα 2 βήματα του αλγορίθμου:

Δώσε αρχικές τιμές για n_0, λ

E-step: Υπολόγισε

$$n_0^{(new)} = \sum_{i=0}^{m} n_i \cdot e^{-\lambda}$$

M-step: Η νέα τιμή του λ:

$$\lambda^{(new)} = \frac{\sum_{i=1}^{m} i n_i}{n_0^{(new)} + \sum_{i=1}^{m} n_i}$$

$$|\lambda^{(new)} - \lambda| < 10^{-10}$$