

Για να εγγυηθώ ότι θα παραμείνουν όλα τα στοιχεία θετικά, θα κάνω μικρότερη μετακίνηση προς την κατεύθυνση, $(\Delta x, \Delta y, \Delta \omega, \Delta z)$.

Θα μετακινηθώ κατά θ μονάδες, με $0 < \theta \leq 1$.

$$\begin{aligned} x_j + \theta \Delta x_j &> 0 & \forall j=1,2,\dots,n \Rightarrow \frac{1}{\theta} &> -\frac{\Delta x_j}{x_j}, j=1,2,\dots,n \\ y_i + \theta \Delta y_i &> 0 & i=1,2,\dots,m \Rightarrow \frac{1}{\theta} &> -\frac{\Delta y_i}{y_i}, i=1,2,\dots,m \\ \omega_i + \theta \Delta \omega_i &> 0 & i=1,2,\dots,m \Rightarrow \frac{1}{\theta} &> -\frac{\Delta \omega_i}{\omega_i}, i=1,2,\dots,m \\ z_j + \theta \Delta z_j &> 0 & j=1,2,\dots,n \Rightarrow \frac{1}{\theta} &> -\frac{\Delta z_j}{z_j}, j=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

Οπότε:

$$\frac{1}{\theta} > \max_{i,j} \left\{ -\frac{\Delta x_j}{x_j}, -\frac{\Delta y_i}{y_i}, -\frac{\Delta \omega_i}{\omega_i}, -\frac{\Delta z_j}{z_j} \right\}$$

• Αν $(\Delta x, \Delta y, \Delta \omega, \Delta z)$ έχει όλα τα στοιχεία ≥ 0 , τότε $\theta = 1$.

• Αν $(\Delta x, \Delta y, \Delta \omega, \Delta z)$ έχει τουλάχιστον ένα αρνητικό στοιχείο τότε:

$$\theta < \left(\max_{i,j} \left\{ -\frac{\Delta x_j}{x_j}, -\frac{\Delta y_i}{y_i}, -\frac{\Delta \omega_i}{\omega_i}, -\frac{\Delta z_j}{z_j} \right\} \right)^{-1}$$

Τελικά, γι' αυτή την περίπτωση,

$$\theta = \min \left\{ r \left(\max_{i,j} \left\{ -\frac{\Delta x_j}{x_j}, -\frac{\Delta y_i}{y_i}, -\frac{\Delta \omega_i}{\omega_i}, -\frac{\Delta z_j}{z_j} \right\} \right)^{-1}, 1 \right\}$$

με βεβαιότητα $r < 1$, αλλά ποτέ όχι 1 , π.χ. $r = \frac{9}{10}$.

(Βε:4). Υπολογισμός επόμενου σημείου:

Το επόμενο σημείο είναι το $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{\omega}, \tilde{z})$ με:

$$\tilde{x} = x + \theta \Delta x$$

$$\tilde{y} = y + \theta \Delta y$$

$$\tilde{\omega} = \omega + \theta \Delta \omega$$

$$\tilde{z} = z + \theta \Delta z$$

Κανόνες Τερματισμού

• Μέτρο "βελτιστότητας":

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε: } \max \underline{c}' \underline{x} \quad \text{και} \quad \min \underline{b}' \underline{w} \\ \text{υπό: } \underline{A} \underline{x} + \underline{y} = \underline{b} \quad (\Pi') \quad \text{υπό: } \underline{A}' \underline{w} - \underline{z} = \underline{c} \quad (\Delta') \\ \underline{x} \geq 0, \underline{y} \geq 0 \quad \underline{w} \geq 0, \underline{z} \geq 0 \end{aligned}$$

• Για να είσαι το $(\underline{x}, \underline{y})$ και $(\underline{w}, \underline{z})$ βελτιότερη λύσεις (Π') και (Δ') αντίστοιχα, πρέπει:

$$\rightarrow (\underline{x}, \underline{y}) \in F_{\Pi'} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{A} \underline{x} + \underline{y} = \underline{b} \\ \underline{x} \geq 0, \underline{y} \geq 0 \end{array} \right\} \quad \text{Εφικτότητα πρωτεύοντος.}$$

$$\rightarrow (\underline{w}, \underline{z}) \in F_{\Delta'} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{A}' \underline{w} - \underline{z} = \underline{c} \\ \underline{w} \geq 0, \underline{z} \geq 0 \end{array} \right\} \quad \text{Εφικτότητα δυνάμω}$$

$$\rightarrow \begin{aligned} x_j z_j = 0, j=1, 2, \dots, n &\Leftrightarrow x'_j z = 0. \quad \text{Συνθήκη συμπληρωματικότητας} \\ y_i w_i = 0, i=1, 2, \dots, m &\Leftrightarrow y' w = 0. \end{aligned}$$

* Για να ελέγξουμε πόσο κοντά είμαστε στο βέλτιστο, χρησιμοποιούμε 3 μέτρα:

■ Μέτρο εφικτότητας πρωτεύοντος.

$$p = \underline{b} - \underline{A} \underline{x} - \underline{y}$$

■ Μέτρο εφικτότητας δυνάμω.

$$\delta = \underline{c} - \underline{A}' \underline{w} - \underline{z}$$

■ Μέτρο συμπληρωματικότητας

$$\xi = \underline{x}' \underline{z} + \underline{y}' \underline{w}$$

• "Κανόνες Τερματισμού":

Έστω $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ και $1 \leq p < \infty$, τότε

$$\|\underline{x}\|_p = \left(\sum_{j=1}^n |x_j|^p \right)^{1/p}$$

$$\text{και } \|\underline{x}\|_{\infty} = \max_{j=1, 2, \dots, n} |x_j|$$

Εστω $\epsilon > 0$ μικρή θετική σταθερά και $\mu > 0$ μεγάλη θετική σταθερά.

→ ΚΑΝΟΝΑΙ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ:

- Αν $\|x\|_\infty > M$, σταματάμε : **μη-φραγμένο**.
Το (Π') είναι **μη-φραγμένο**.
- Αν $\|u\|_\infty > M$, σταματάμε
Το (Δ') είναι **μη-φραγμένο**.
- Αν $\|p\|_1 < \varepsilon$ και $\|g\|_1 < \varepsilon$ και ~~$\delta < \varepsilon$~~ , τότε
η τρέχουσα λύση : **βέλτιστη**.