

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Ι

Εξετάσεις Φεβρουαρίου 2006 - Β

Θέμα 1. Έστω ότι δύο διακεκριμένοι κύβοι ρίχνονται n φορές.

- α)** Να υπολογισθεί η πιθανότητα να εμφανισθούν τουλάχιστον μία φορά το καθένα από τα ζεύγη $(2,5)$, $(1,4)$, $(6,3)$.
- β)** Να υπολογισθεί η πιθανότητα σε 2 τουλάχιστον από τις n ρίψεις το άθροισμα των εμφανιζόμενων εδρών να είναι 10.
- γ)** Ποιος είναι ο αναμενόμενος αριθμός εμφανίσεων των ζευγών της μορφής (x,y) όπου $x+y = 10$;

Θέμα 2. Σε μια δίκη ο κατηγορούμενος καταδικάζεται αν και μόνο αν και οι 6 ένορκοι ψηφίσουν ότι ο κατηγορούμενος είναι ένοχος. Όταν ο κατηγορούμενος είναι ένοχος οι ένορκοι, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, ψηφίζουν ότι είναι ένοχος με πιθανότητα 0.90 ο καθένας, ενώ αν ο κατηγορούμενος είναι αθώος με πιθανότητα 0.85. Εάν το 80% των κατηγορούμενων που οδηγούνται σε δίκη είναι ένοχοι, να υπολογισθεί η πιθανότητα:

- α)** να καταδικασθεί ένας κατηγορούμενος και
- β)** να είναι ένοχος ένας κατηγορούμενος που καταδικάζεται.

Θέμα 3. Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = c e^{-|x-3|}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad c > 0.$$

- α)** Να υπολογισθεί η σταθερά c ώστε η f να είναι συνάρτηση πυκνότητας κάποιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X .
- β)** Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .
- γ)** Να υπολογισθούν η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής X .
- δ)** Να βρεθεί η συνάρτηση πυκνότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = e^{X-3}$.

Θέμα 4. Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = c \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}, \quad x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad c > 0.$$

- α)** Να υπολογισθεί η σταθερά c ώστε η f να είναι συνάρτηση πιθανότητας κάποιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής X .
- β)** Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .
- γ)** Να βρεθεί η συνάρτηση πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = |X|$.
- δ)** Να υπολογισθούν η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής Y .

Απαντήστε σε 3 από τα 4 θέματα. Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες.

Καλή Επιτυχία.