



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αδηνών

ΙΑΤΡΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Π. Παπαγιάννης

Εργαστήριο Ιατρικής Φυσικής,
Ιατρική Σχολή Αθηνών
Κτίριο 5, Γραφείο 21



210 746 2442



papagi@med.uoa.gr



[https://eclass.uoa.gr/
MED1114](https://eclass.uoa.gr/MED1114)

Ο ατομικός πυρήνας

ή

σύγχρονη αλχημεία...

Ο πυρήνας του ατόμου, σύσταση-μάζα

Πυρήνας = p^+ και η **περιορισμένα (?) σε μια περιοχή του ατόμου**

Μάζα πυρήνα?

Πίνακας 1

Φορτίο μάζα και ενέργεια πρεμίας των τριών βασικότερων υποατομικών σωματιδίων.

| | Φορτίο | Μάζα (kg) | Μάζα (u) | Μάζα πρεμίας MeV/c ²) |
|------------|--------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| Ηλεκτρόνιο | -e | $9,109 \cdot 10^{-31}$ | $5,48597 \cdot 10^{-4}$ | 0,511 |
| Πρωτόνιο | +e | $1,672 \cdot 10^{-27}$ | 1,007277 | 938,27 |
| Νετρόνιο | 0 | $1,674 \cdot 10^{-27}$ | 1,008665 | 939,57 |

Σε πρώτη προσέγγιση: $m_{nucleus}(Z, A) \cong m_{atom}(Z, A) \cong A u \cong A \text{ GeV} / c^2$

$$\text{ή ακριβέστερα: } m_{nucleus}(Z, A)c^2 = m_{atom}(Z, A)c^2 + b_e - Z \times m_e c^2$$

, όπου b_e η ενέργεια σύνδεσης των e^- στο άτομο.

Ο πυρήνας του ατόμου, έλλειμμα μάζας-ενέργεια σύνδεσης

Αντίστοιχα, σημειώνεται έλλειμμα μάζας όταν σχηματίζεται πυρήνας (Z, A) από Z p^+ και N n , ίσο με $\Delta m = B / c^2$ όπου

Β η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα:

$$B = \{Z \times m_p + N \times m_n - m_{nucleus}(Z, A)\} \times c^2$$

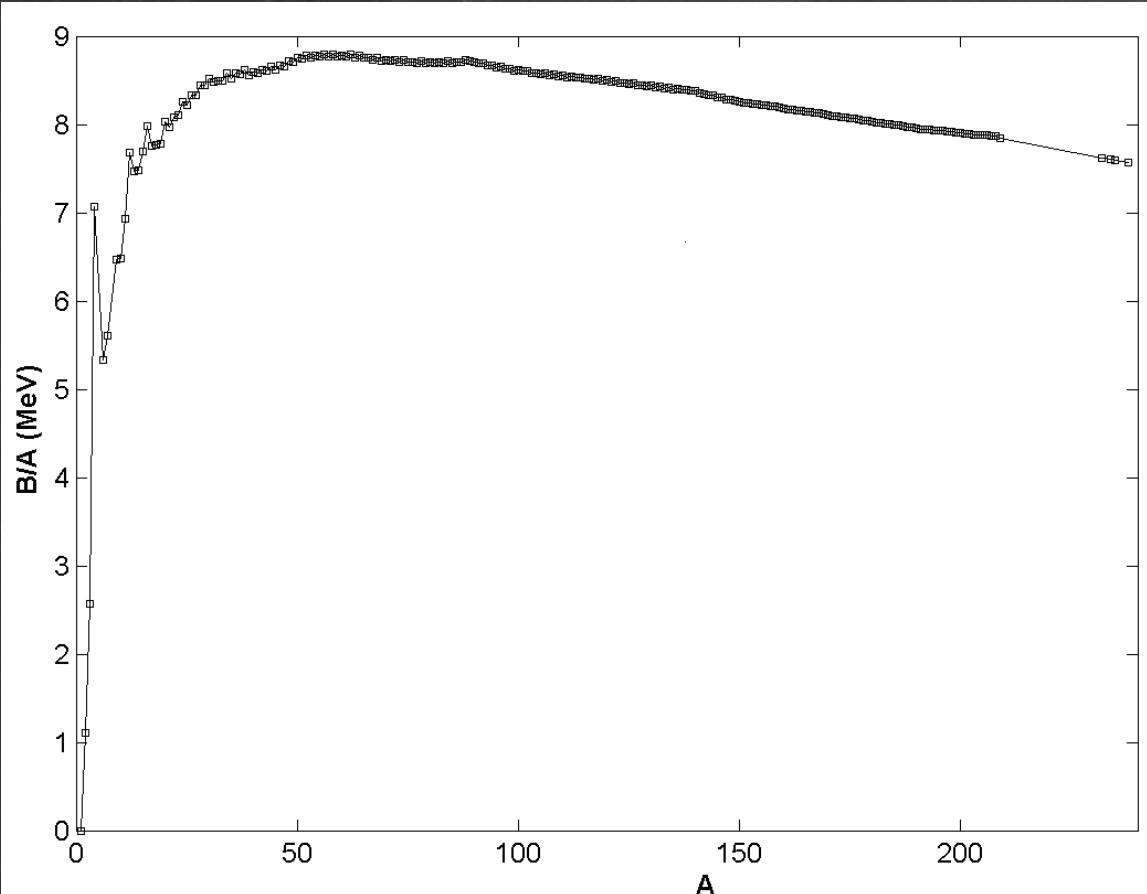
ή

$$\begin{aligned} B &= \{Z \times (m_p + m_e) + (A - Z) \times m_n - m_{atom}(Z, A)\} \times c^2 \\ &= \{Z \times m_{^{1}_H} + (A - Z) \times m_n - m_{atom}(Z, A)\} \times c^2 \end{aligned}$$

Β είναι η ενέργεια που απελευθερώνεται όταν ο πυρήνας σχηματίζεται αυθόρμητα ή, ισοδύναμα, η ενέργεια που πρέπει να παρέχω για να διασπάσω τον πυρήνα στα συστατικά του.

Μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης → αυξημένη σταθερότητα...?

Ο πυρήνας του ατόμου, σταθερότητα



- Δεδομένου ότι ένας πυρήνας αλλάζει ακόμη και αν αφαιρέσω μόνο 1 νουκλεόνιο (p^+ ή n), είναι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο (B/A) που καθορίζει την πυρηνική σταθερότητα.
- Σημειώστε ότι το γεγονός ότι το B είναι περίπου ανάλογο με το A για βαρύτερους πυρήνες συνεπάγεται τα κύρια χαρακτηριστικά της ισχυρής πυρηνικής δύναμης.
- Γιατί η B/A έχει αυτή τη μορφή?
- Είναι όλα τα ισοβαρή νουκλίδια εξίσου σταθερά?

Ο πυρήνας του ατόμου, το πυρηνικό μοντέλο της σταγόνας υγρού

| υγρό | πυρήνας |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------|
| Δυνάμεις Van Der Waals | Ισχυρή πυρηνική δύναμη |
| Ελεύθερη σταγόνα υγρού έχει σφαιρικό σχήμα | $R = R_0 \times A^{1/3}$ |
| Σταθερή πυκνότητα | $d \cong 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ |

$$B(Z, A) = \alpha_{Volume} A - \alpha_{Surface} A^{2/3}$$

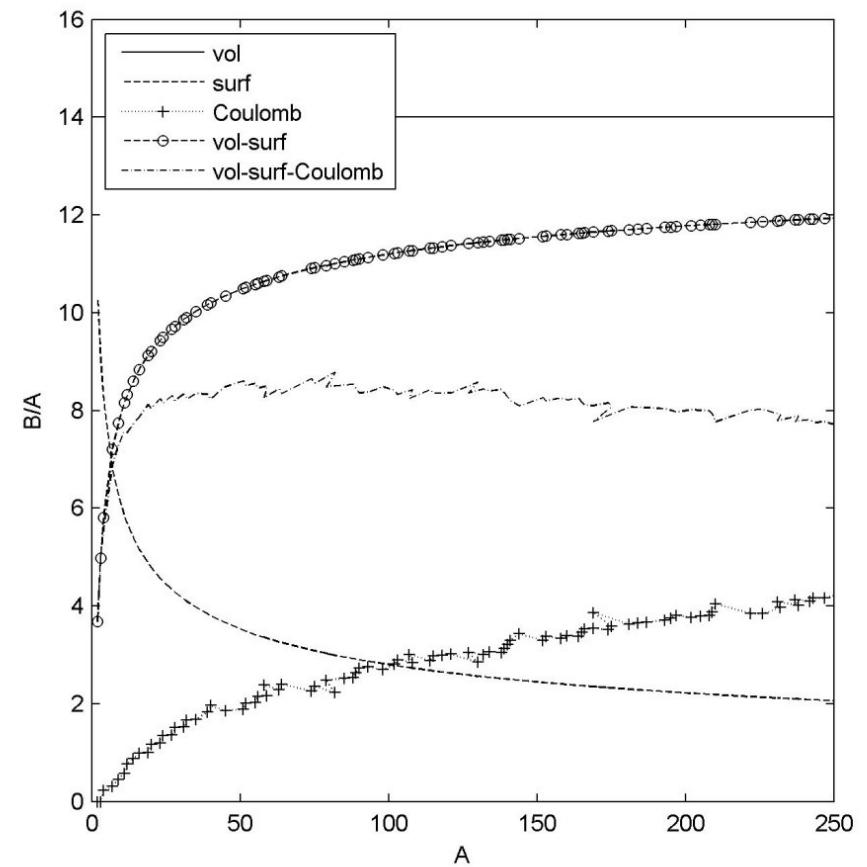
Ο πυρήνας του ατόμου, ημι-εμπειρική σχέση Weiszsacker

$$B(Z, A) = \alpha_{Volume} A - \alpha_{Surface} A^{2/3} - \alpha_{Coulomb} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_{Asymmetry} \frac{(A-2Z)^2}{A} - \alpha_{Pairing} \delta A^{-3/4} + a_{Z,N}$$

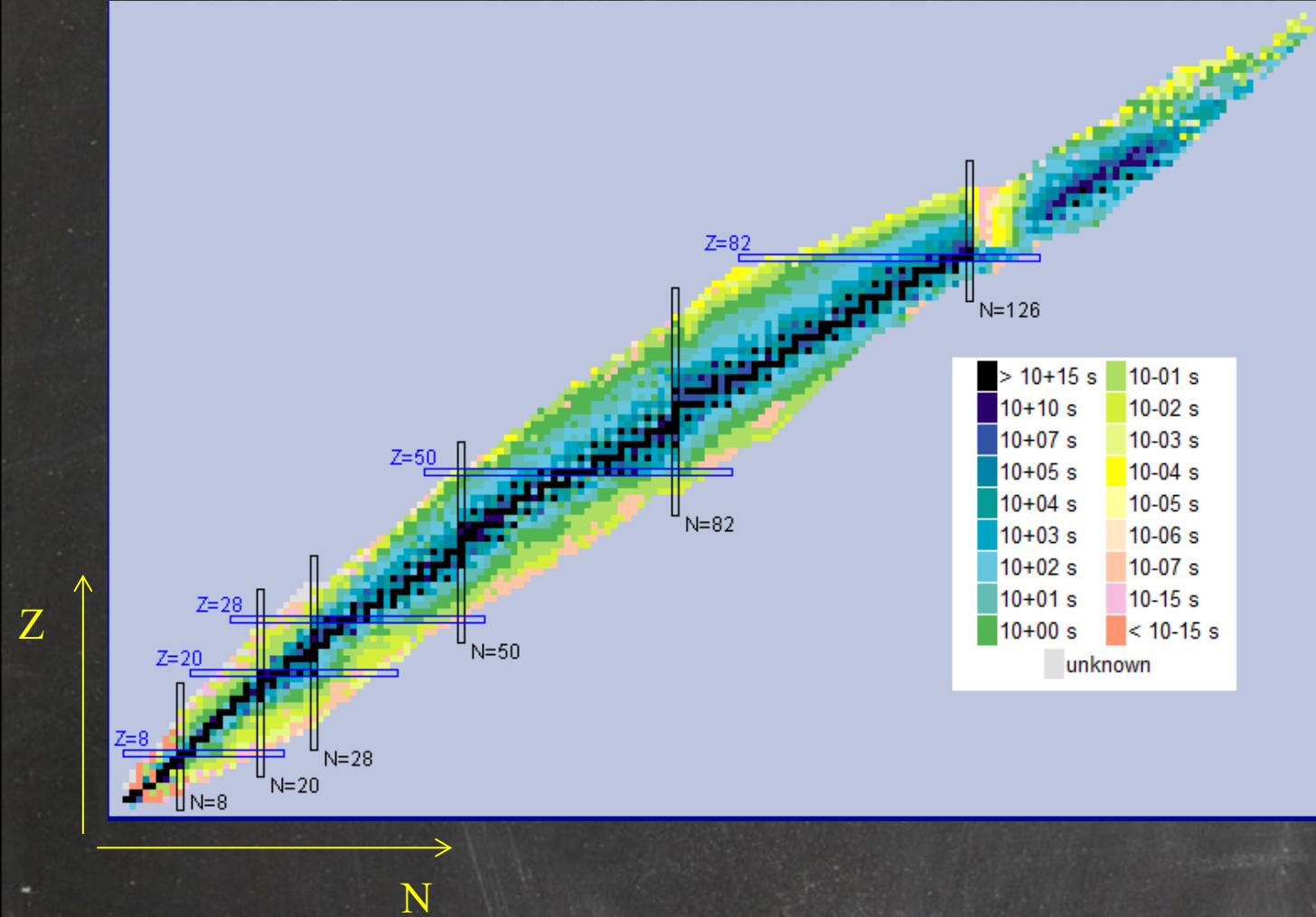
- Οι σταθερές (a_i) καθορίζονται από προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα
- Οι όροι οφείλονται:
 - Volume: έλξη ισχυρής πυρηνικής δύναμης μεταξύ νουκλεονίων
 - Surface: μικρή εμβέλεια ισχυρής πυρηνικής δύναμης
 - Coulomb: άπωση λόγω δύναμης Coulomb μεταξύ p+ ποσημάτων
 - Asymmetry: η ενέργεια του πυρήνα είναι κβαντισμένη (όπως στα άτομα), επομένως η περίσσεια ή πρέπει να είναι η απολύτως απαραίτητη
 - pairing: τα νουκλεόνια είναι φερμιόνια με σπιν = 1/2 (βλ. πίνακα)
 - σταθερός όρος, $a_{Z,N}$: "μαγικοί αριθμοί" 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Table 1.6 Relationships between protons, neutrons, and stability

| Number of protons | Number of neutrons | Number of stable nuclei |
|-------------------|--------------------|-------------------------|
| Even | Even | 165 |
| Even | Odd | 57 |
| Odd | Even | 53 |
| Odd | Odd | 6 |



Ο πυρήνας του ατόμου, ο χάρτης των νουκλιδίων – διάγραμμα Segre

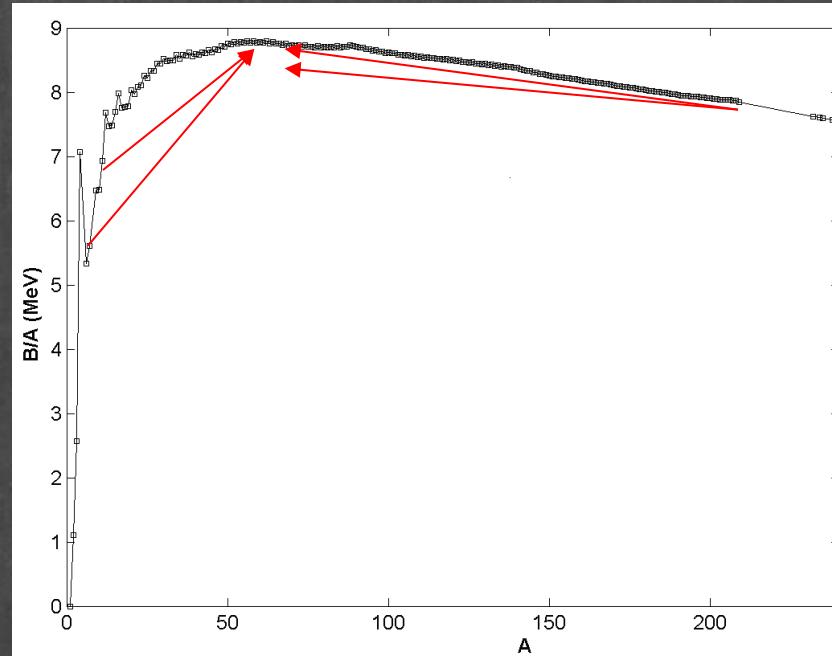


- Η χρωματική κλίμακα απεικονίζει το χρόνο μέχρι την αυθόρμητη αποσύνθεση (αλλαγή πυρήνα).
- Όσο πιο σκούρο το χρώμα τόσο αυξάνει η σταθερότητα.
- Σύμφωνα με τον ημι-εμπειρικό τύπο για το B/A , η σταθερότητα αυξάνεται για:
 - $N=Z$ για ελαφρούς πυρήνες ($A<20$)
 - $N=1,5Z$ για βαρείς πυρήνες ($A>20$)
 - Άρτιους-άρτιους πυρήνες
 - $N \neq Z$ με μαγικούς αριθμούς

Δεν θα έπρεπε να υπάρχει μονοπάτι προς την αυξημένη σταθερότητα για τους πυρήνες ...;

Ο πυρήνας του ατόμου, μεταστοιχειώσεις

- Νουκλίδια με μεγάλο A:
Σχάση
- Νουκλίδια με μικρό A:
Σύντηξη



Ο πυρήνας του ατόμου, μεταστοιχειώσεις

Για δεδομένο Α:

➤ Αποβολή πλεονάζοντος νουκλεονίου (σπάνια)

➤ α διάσπαση: ${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4} Y + {}_2^4 He$

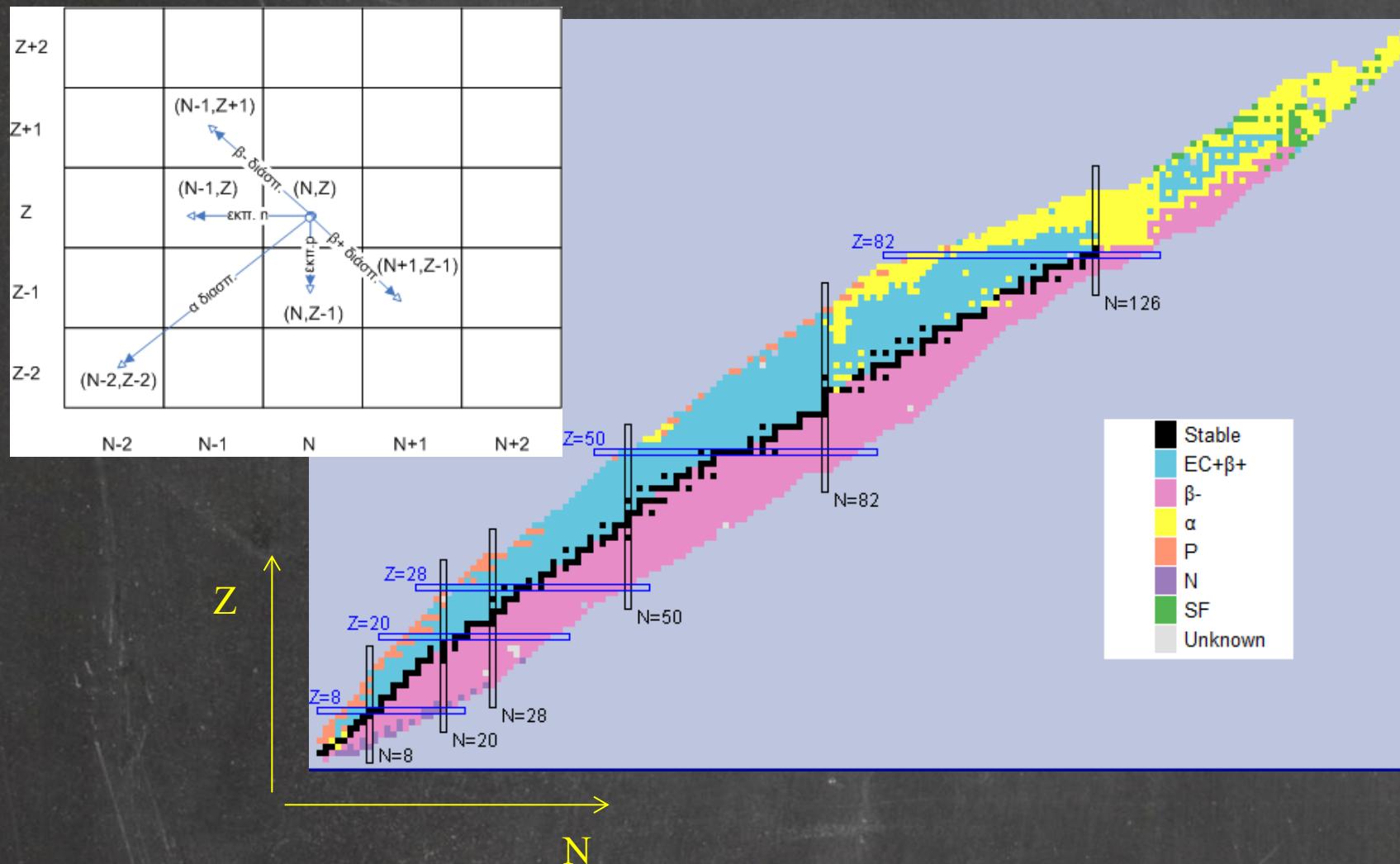
➤ Πλεόνασμα νετρονίων ➤ β⁻ διάσπαση: ${}_0^1 n \rightarrow {}_1^1 p + e^- + \bar{\nu}_e$
 ${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z+1}^{A-1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$

➤ Πλεόνασμα πρωτονίων ➤ β⁺ διάσπαση: ${}_1^1 p \rightarrow {}_0^1 n + e^+ + \nu_e$
 ${}_Z^A X \rightarrow {}_{Z-1}^{A-1} Y + e^+ + \nu_e$

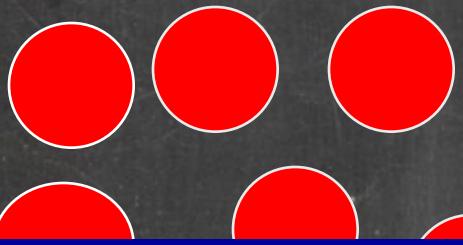
➤ Σύλληψη ηλεκτρονίου: ${}_1^1 p + e^- \rightarrow {}_0^1 n + \nu_e$
 ${}_Z^A X + e^- \rightarrow {}_{Z-1}^{A-1} Y + \nu_e$

➤ Διάσπαση γ ...;

Ο πυρήνας του ατόμου, ο χάρτης των νουκλιδίων – διάγραμμα Segre



**ΑΣΤΑΘΕΙΣ
ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΙ
ΠΥΡΗΝΕΣ**



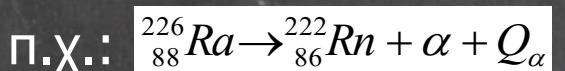
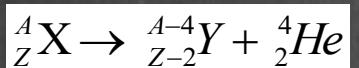
- **Ραδιενέργεια** : ιδιότητα ορισμένων πυρήνων να διασπώνται αυθόρμητα με παράλληλη εκπομπή ακτινοβολίας
- **Ακτινοβολία** : ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικού κύματος (φωτονίου) ή σωματιδίων



ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ραδιενέργεια – ακτινοβολίες α, β, γ

Ραδιενεργές διασπάσεις, διάσπαση α



A.Δ.Ε.:

$$m_X c^2 + K_X = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha$$

$$m_X c^2 - m_Y c^2 - m_\alpha c^2 = K_Y + K_\alpha$$

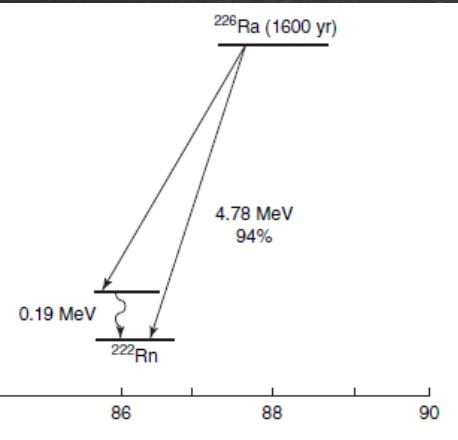
$\overbrace{\quad\quad\quad}$
Q τιμή, $Q > 0$ για αυθόρμητη διάσπαση

A.Δ.Ο.:

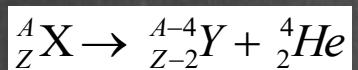
$$\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha$$

$$\frac{K_\alpha}{K_Y} = \frac{m_Y}{m_\alpha} \cong \frac{A-4}{4} \quad K_\alpha \cong Q_\alpha \left(1 - \frac{4}{A}\right) \quad \text{και} \quad K_Y \cong Q_\alpha \frac{4}{A}$$

Το σωμάτιο α εκπέμπεται με συγκεκριμένη Ε



Ραδιενέργες διασπάσεις : διάσπαση α



Π.χ.: ${}^{226}_{88} Ra \rightarrow {}^{222}_{86} Rn + \alpha + Q_\alpha$ όπου Q_α η ενέργεια που απελευθερώνεται

Figure 1.11 Radioactive decay scheme for α decay of ${}^{226}Ra$.

Διατήρηση
Ενέργειας :

$$m_X c^2 + K_X = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha, \text{ έστω } K_X = 0 :$$

$$m_X c^2 - m_Y c^2 - m_\alpha c^2 = K_Y + K_\alpha$$

$$\underbrace{Q_\alpha}_{> 0 \text{ για αυθόρμητη διάσπαση}} > 0$$

Διατήρηση ορμής :

$$\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha$$

2 εξισώσεις με 2 αγνώστους
έχουν μοναδική λύση :

$$\frac{K_\alpha}{K_Y} = \frac{m_Y}{m_\alpha} \cong \frac{A-4}{4} \quad K_\alpha \cong Q_\alpha \left(1 - \frac{4}{A}\right) \quad \text{και} \quad K_Y \cong Q_\alpha \frac{4}{A}$$

Το σωμάτιο α εκπέμπεται με δεδομένη Ε (γραμμικό φάσμα)

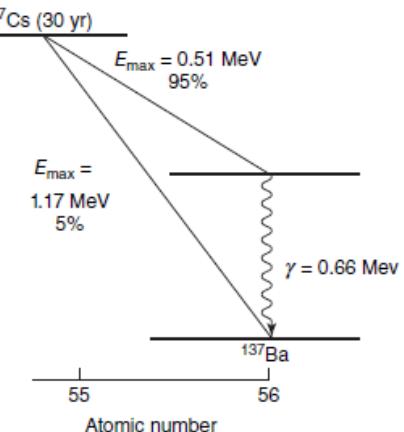
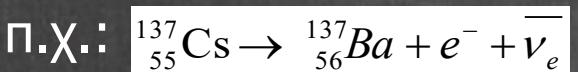
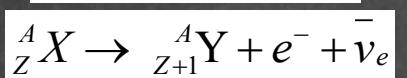
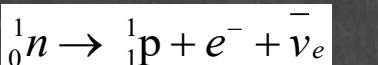


Figure 1.12 Radioactive decay scheme for electron decay of ^{137}Cs .

Ραδιενέργες διασπάσεις : διάσπαση β^-



$$Q_{\beta^-} = K_Y + K_{\beta^-} + K_{\bar{\nu}_e}$$

$$\text{όπου } Q_{\beta^-} = m_X c^2 - m_Y c^2 - m_e c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2$$

Διατήρηση
Ενέργειας :

Διατήρηση ορμής : $\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_{\beta^-} + \vec{p}_{\bar{\nu}}$

2 εξισώσεις με 3 αγνώστους δεν έχουν μοναδική λύση:

Το ηλεκτρόνιο εκπέμπεται με φάσμα ενέργειών

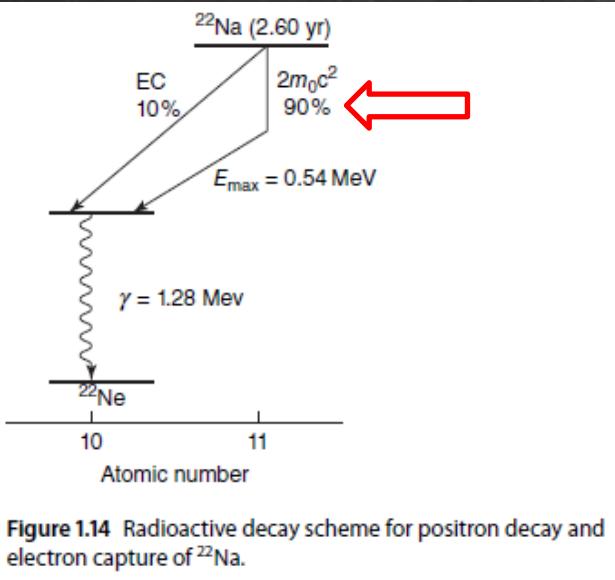
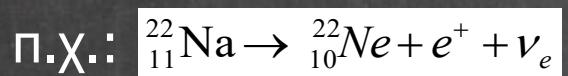
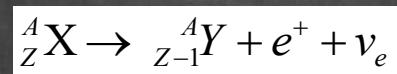
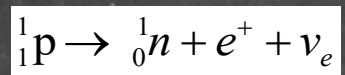


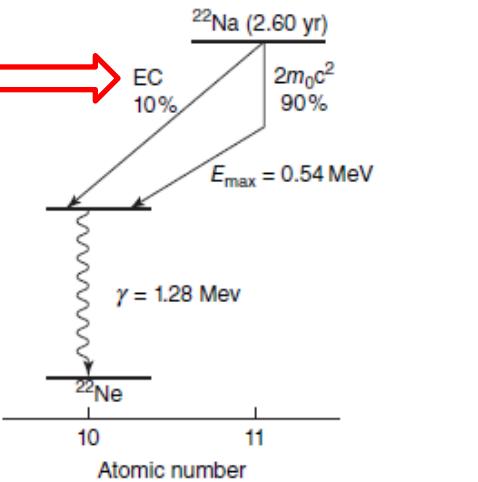
Figure 1.14 Radioactive decay scheme for positron decay and electron capture of ^{22}Na .

Ραδιενέργες διασπάσεις : διάσπαση β^+

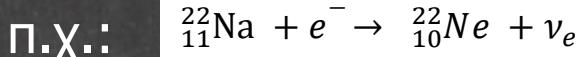
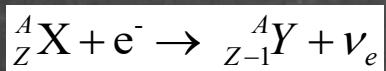


$$Q_{\beta^+} = m_X c^2 - m_Y c^2 - m_e c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2 - 2m_e c^2$$

Όπως στην β^- , το ποζιτρόνιο εκπέμπεται με φάσμα ενεργειών



Ραδιενέργες διασπάσεις : σύλληψη ηλεκτρονίου (EC)



$$Q_{EC} = m_X c^2 + m_e c^2 - m_Y c^2 = M_X c^2 - M_Y c^2$$

Διατήρηση
Ενέργειας :

$$Q_{EC} = K_Y + K_\nu$$

Διατήρηση ορμής :

$$\vec{p}_X = 0 = \vec{p}_Y + \vec{p}_\nu$$

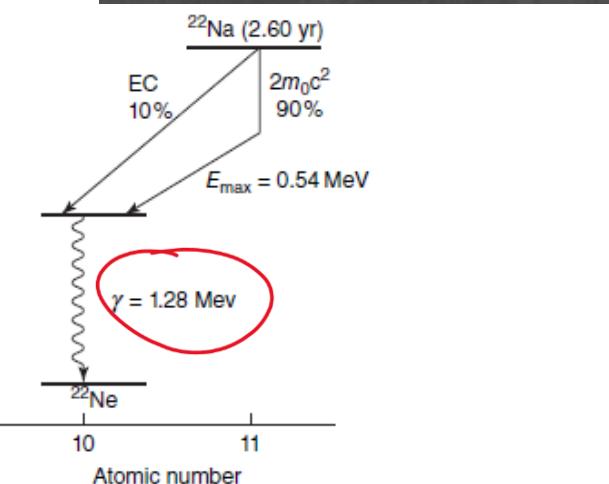
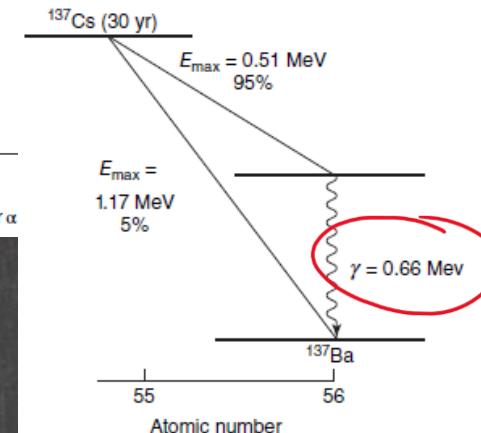
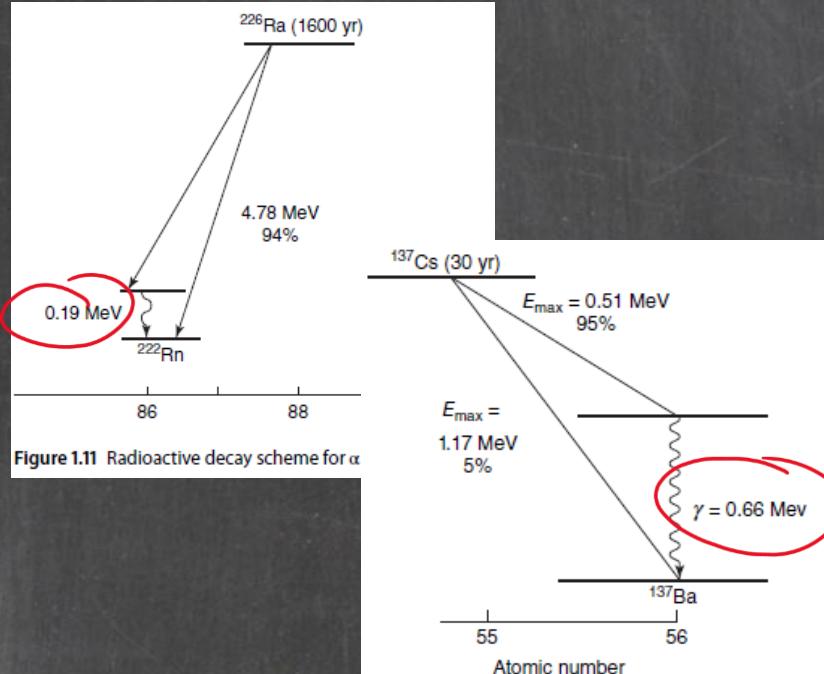
Το νετρίνο λαμβάνει το σύνολο σχεδόν της ενέργειας που απελευθερώνεται

Ραδιενέργες διασπάσεις, γ διάσπαση & εσωτερική μετατροπή

Κατά τις παραπάνω διασπάσεις ο θυγατρικός πυρήνας είναι πιθανό να σχηματιστεί με ενέργεια μεγαλύτερη αυτής της θεμελιώδους του κατάστασης, οπότε αποδιεγίρεται με την εκπομπή ακτινοβολίας γ (φωτονίου).

$${}_{Z}^{A}Y^* \rightarrow {}_{Z}^{A}Y + \gamma$$

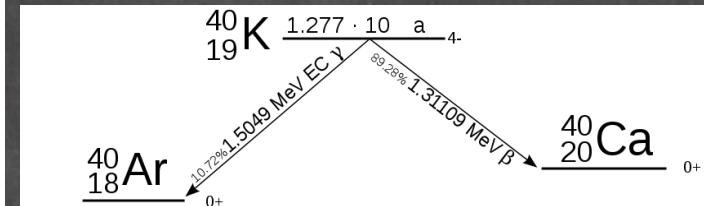
Είναι επίσης πιθανό η επιπλέον ενέργεια να αποβληθεί με την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου (εσωτερική μετατροπή)



Φυσική ραδιενέργεια

| Ραδιενεργός σειρά του: | Πατρικό νουκλίδιο | Πρώτη διάσπαση | Χρόνος ημιζωής (x10 ⁹ έτη) | Σταθερό τελικό θυγατρικό νουκλίδιο |
|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| Θορίου | $^{232}_{90}Th$ | $^{228}_{88}Ra + ^4_2He$ | 14,05 | $^{208}_{82}Pb$ |
| Ακτινίου | $^{235}_{92}U$ * | $^{231}_{90}Th + ^4_2He$ | 0,704 | $^{207}_{82}Pb$ |
| Νεπτουνίου | $^{237}_{93}Np$ | $^{233}_{91}Pa + ^4_2He$ | $2,144 \times 10^{-3}$ | $^{209}_{83}Bi$ |
| Ουρανίου | $^{238}_{92}U$ | $^{234}_{90}Th + ^4_2He$ | 4,47 | $^{206}_{82}Pb$ |

* (το ^{235}U είχε ονομαστεί αρχικά ακτινο-ουράνιο)



Τεχνητή ραδιενέργεια

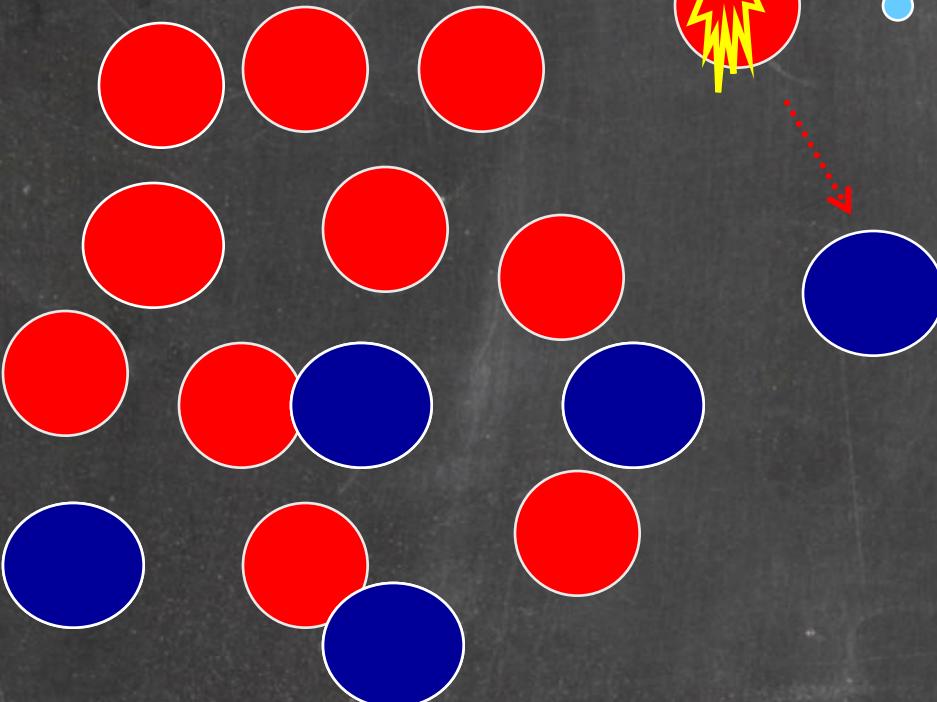
$$a + A \rightarrow b + B \Leftrightarrow A(a, b)B$$

| Ραδιενεργό ισότοπο | Πυρηνική αντίδραση παραγωγής | Ενεργός διατομή | Q τιμή (MeV) | t _{1/2} | Εφαρμογή |
|--------------------|------------------------------------------|-----------------|--------------|------------------|------------------------------------------|
| ^{60}Co | $^{59}_{27}Co(n, \gamma) ^{60}_{27}Co$ | 37,2* | - | 5,27 y | Ακτινοθεραπεία-βραχυθεραπεία |
| ^{192}Ir | $^{191}_{77}Ir(n, \gamma) ^{192}_{77}Ir$ | 954* | - | 73,8 d | Βραχυθεραπεία |
| ^{99}Mo | $^{98}_{42}Mo(n, \gamma) ^{99}_{42}Mo$ | 0,13* | - | 66 h | Πυρηνική ιατρική (γεννήτρια ^{99m}Tc) |
| ^{11}C | $^{14}_7N(p, a) ^{11}_6C$ | + | -2,92 | 20,4 m | Πυρηνική ιατρική (PET) |
| ^{13}N | $^{16}_8O(p, a) ^{13}_7N$ | + | -5,22 | 10 m | " |
| ^{15}O | $^{15}_7N(p, n) ^{15}_8O$ | + | -3,54 | 2,1 m | " |
| ^{18}F | $^{18}_8O(p, n) ^{18}_9F$ | + | -2,44 | 110 m | " |

* για θερμικά νετρόνια

+ εξαρτάται από την ενέργεια των p

**ΑΣΤΑΘΕΙΣ
ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΙ
ΠΥΡΗΝΕΣ**



Ακτινοβολία α

Ακτινοβολία γ

Ακτινοβολία β

**ΣΤΑΘΕΡΟΤΕΡΟΣ
ΠΥΡΗΝΑΣ**

Ο νόμος της εκθετικής διάσπασης

'Εστω ότι μια χρονική στιγμή σε ένα δείγμα περιέχονται N ραδιενεργοί πυρήνες. Πόσοι θα διασπαστούν μετά από παρέλευση χρόνου Δt ;

Ο νόμος της εκθετικής διάσπασης

Έστω ότι μια χρονική στιγμή σε ένα δείγμα περιέχονται N ραδιενεργοί πυρήνες. Πόσοι θα διασπαστούν μετά από παρέλευση χρόνου Δt ;

$$\begin{aligned} -\Delta N &= N - N' = \lambda N \Delta t \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta N}{\Delta t} \right) &= -\lambda N \end{aligned}$$

Όπου λ η αποκαλούμενη **σταθερά διάσπασης** που αποτελεί μέτρο της πιθανότητας να διασπαστεί **δεδομένο είδος** ραδιενεργού πυρήνα

Ορίζεται **ενεργότητα** ραδιενεργού δείγματος το φυσικό μέγεθος που ισούται με τον αριθμό διασπάσεων στη μονάδα του χρόνου:

$$A(t) = -\left(\frac{dN}{dt}\right) = \lambda N$$

και έχει μονάδες Bq (1 διάσπαση ανά sec)

Εκθετική συμπεριφορά εμφανίζει οποιοδήποτε μέγεθος, γ,
 για το οποίο ο ρυθμός μεταβολής του
 ως προς μια μεταβλητή, x, από την οποία συναρτάται
 είναι ανάλογος της τιμής του μεγέθους.

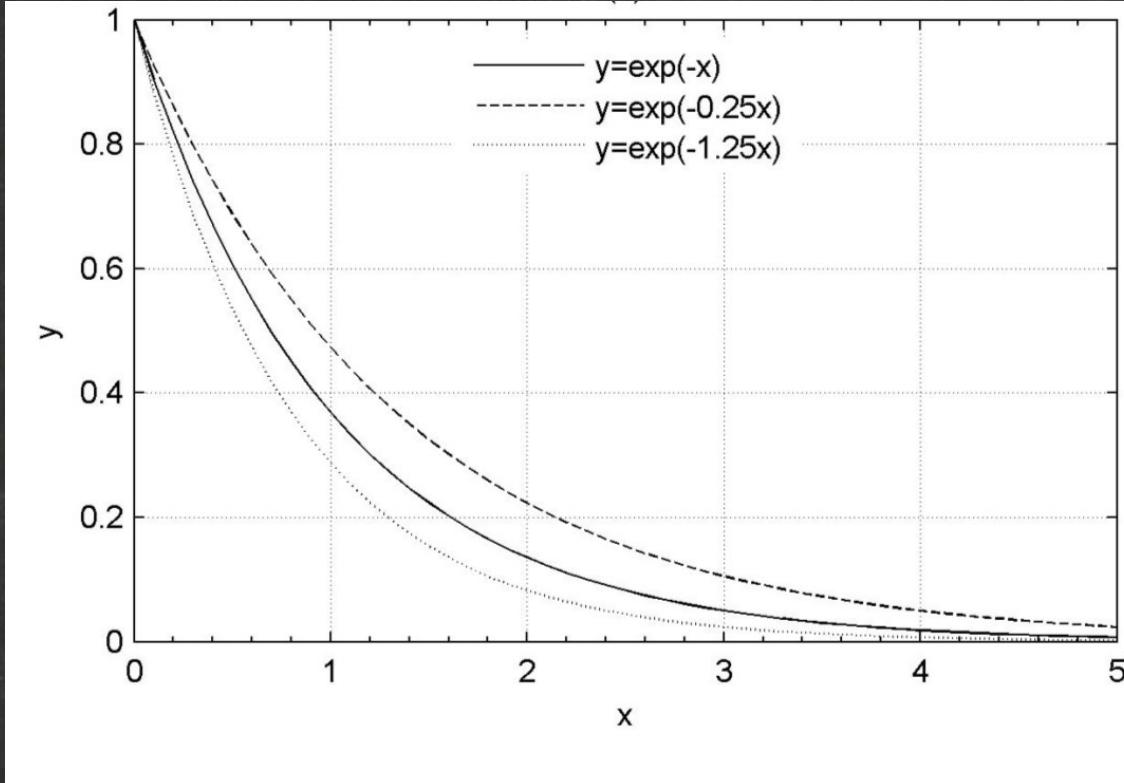
$$\text{Av: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \pm \beta y \quad \text{τότε: } y = y_0 e^{\pm \beta x}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = \pm \beta y$$

$$\text{Επομένως αφού: } \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N \quad \text{τότε: } N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{'Οπου χρόνος υποδιπλασιασμού: } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

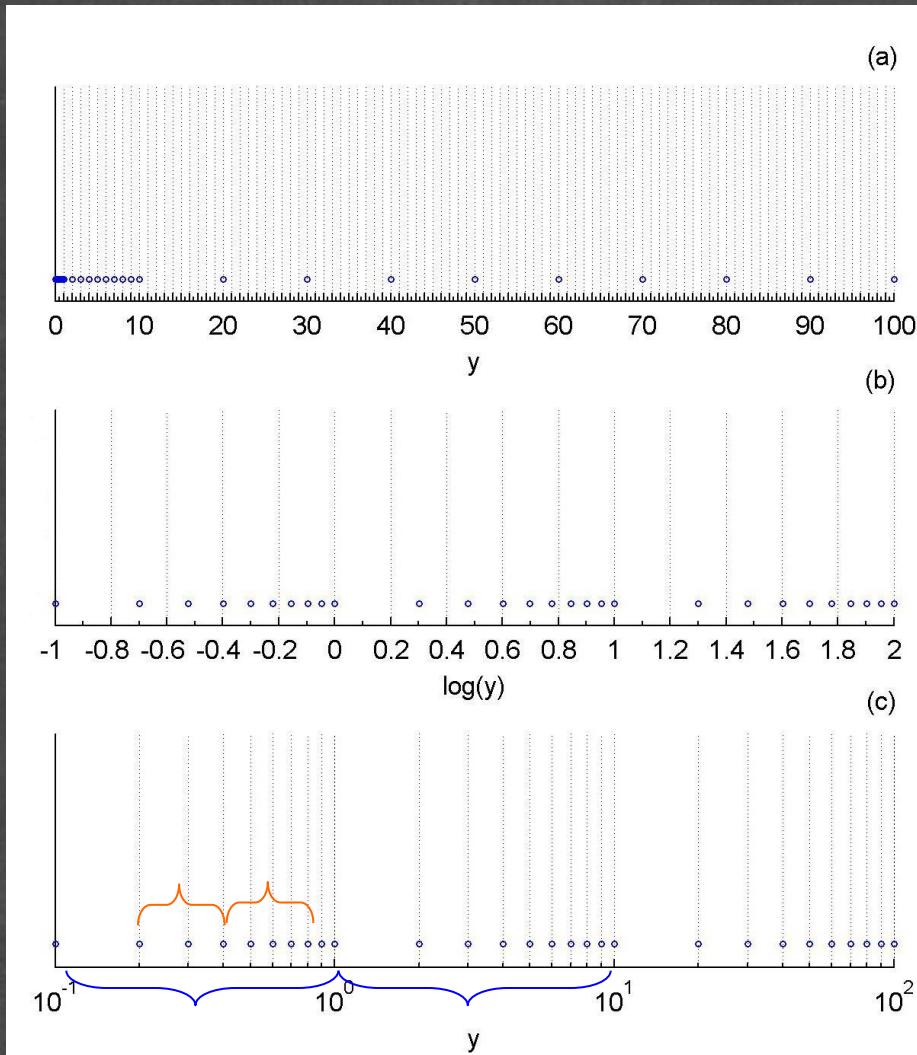
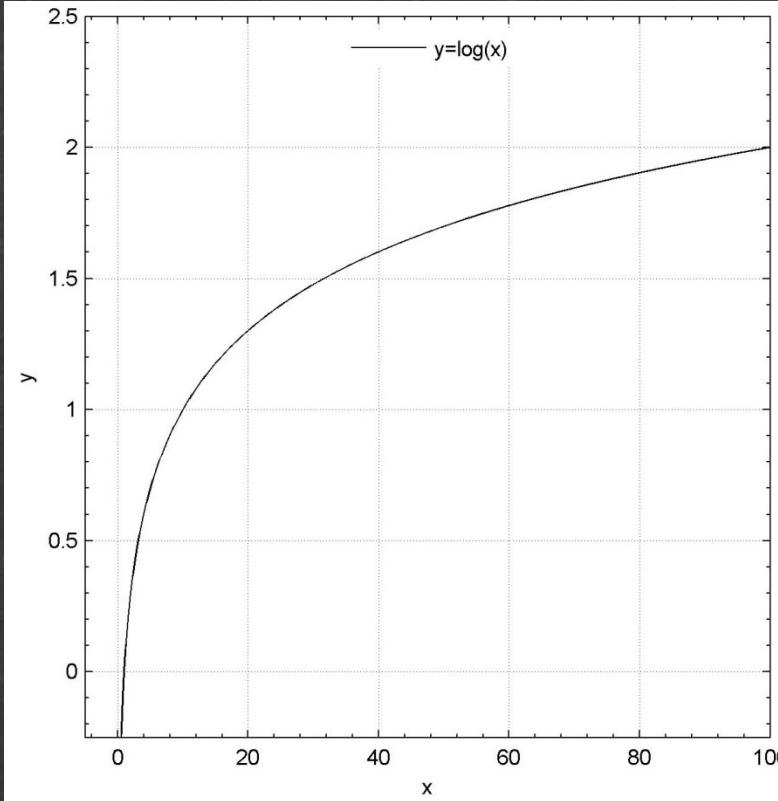
Εκθετικές συναρτήσεις



ΠΡΟΒΛΗΜΑ:
Ραγδαία μεταβολή τιμών

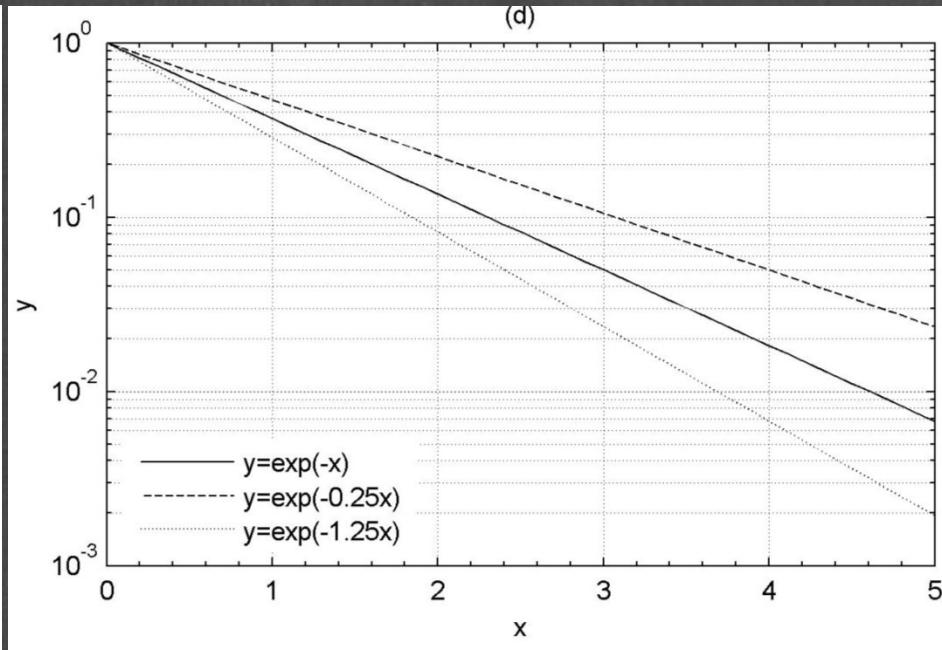
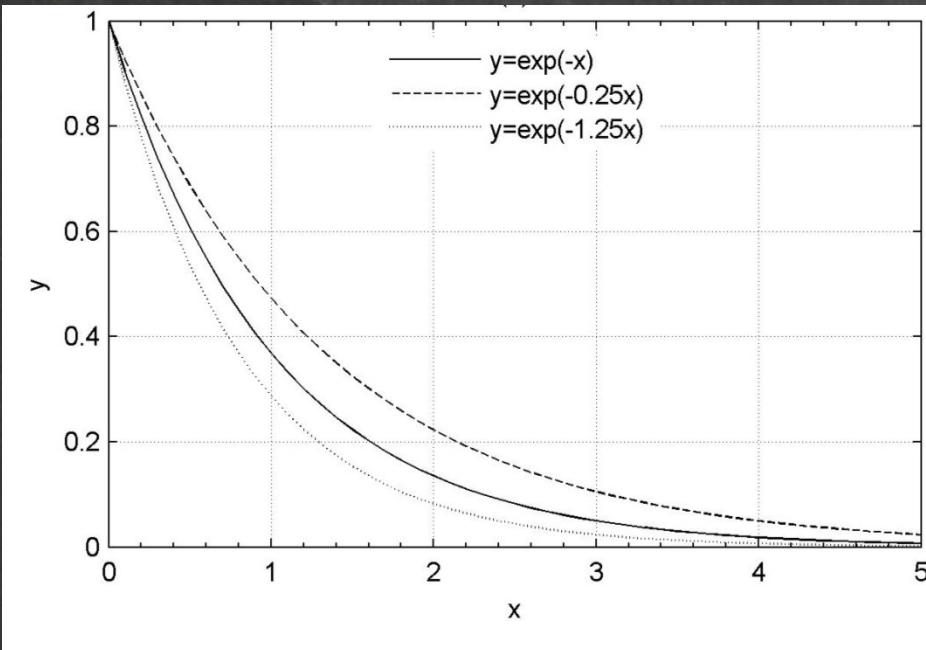
Εκθετικές συναρτήσεις και ημιλογαριθμικές κλίμακες ...

ΛΥΣΗ:
Λογαριθμική συνάρτηση



Εκθετικές συναρτήσεις και ημι-λογαριθμικές κλίμακες ...

$$y = y_0 e^{\pm \beta x} \Rightarrow \\ \log y = \log(y_0 e^{\pm \beta x}) = \log y_0 + \log(e^{\pm \beta x}) \Leftrightarrow \log y = \log y_0 \pm (\beta \log e) x$$



Υλικό περαιτέρω μελέτης

- § 4, Κεφάλαιο 1 Συγγράμματος
- Ερωτήσεις κατανόησης
- Υλικό διαθέσιμο στο HyperPhysics (<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/index.html>) που σχετίζεται με την «Πυρηνική Φυσική» ΚΑΙ τα θέματα που συζητήθηκαν σε αυτή την παρουσίαση

