

Ανάλυση ποσοτικών δεδομένων

t-test

για ανεξάρτητα δείγματα

Σωτήρης Ρούσσος, PhD

Εργαστήριο Υγιεινής, Επιδημιολογίας
και Ιατρικής Στατιστικής, Ιατρική Σχολή Αθηνών

Παραδείγματα ερευνητικών ερωτημάτων

1. Υπάρχει διαφορά στα επίπεδα χοληστερόλης μεταξύ ανδρών και γυναικών;
2. Έχουν διαφορετικό μέσο βάρος γέννησης τα νεογνά από δύο διαφορετικές πληθυσμιακές ομάδες;
3. Διαφέρει η μέση αρτηριακή πίεση μεταξύ ασθενών που έλαβαν δύο διαφορετικές θεραπείες;

Κοινό στοιχείο: Θέλουμε να συγκρίνουμε δύο ανεξάρτητες ομάδες ως προς μια ποσοτική μεταβλητή.

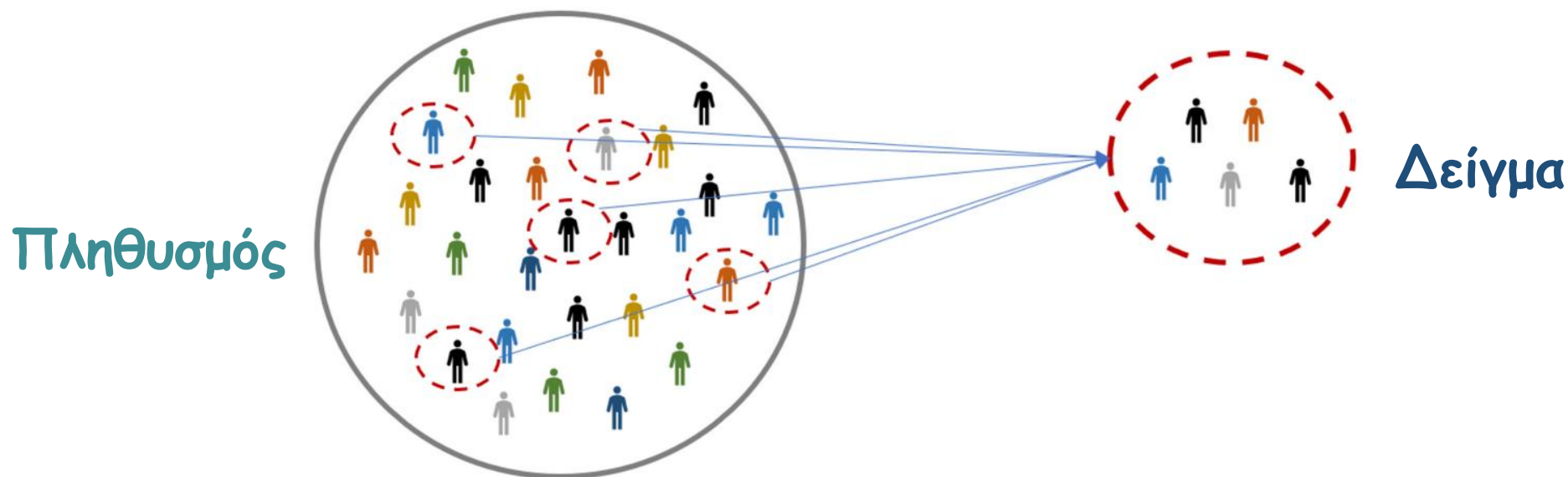
Συμβολισμός στον πληθυσμό και το δείγμα

Πληθυσμός: ελληνικοί χαρακτήρες

- μέση τιμή $\rightarrow \mu$
- σταθερή απόκλιση $\rightarrow \sigma$

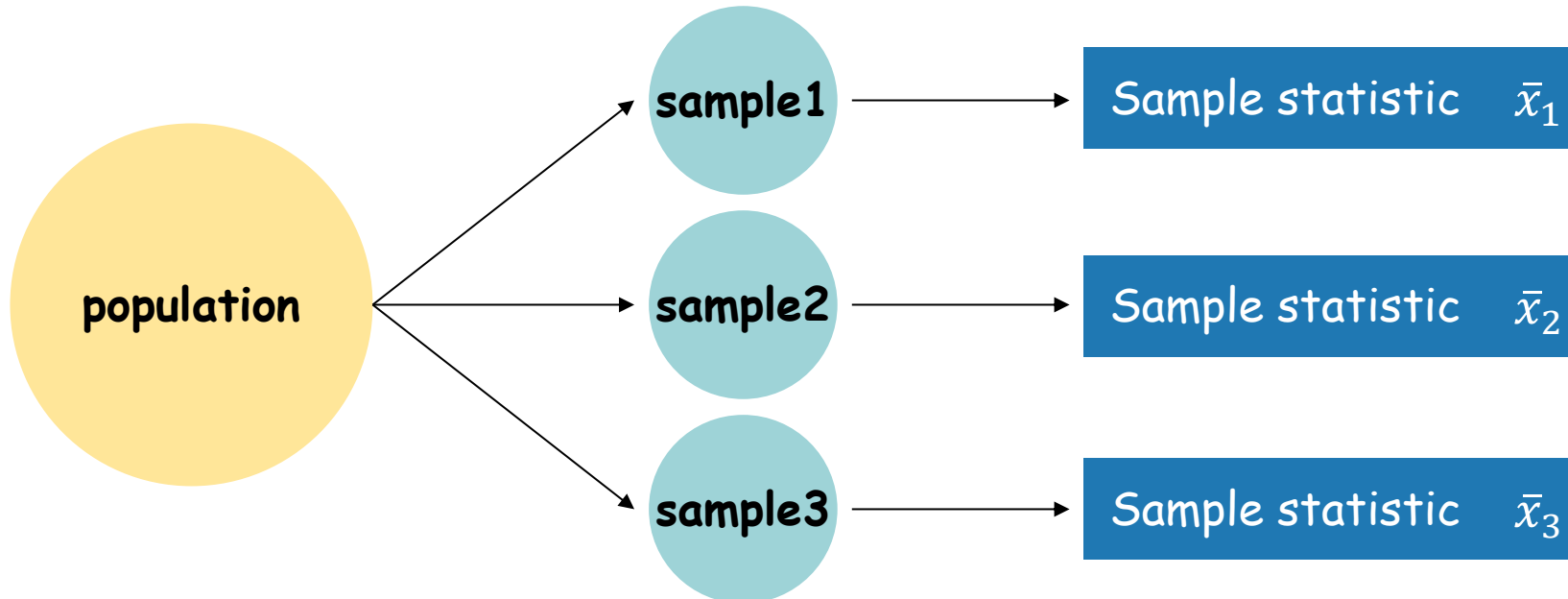
Δείγμα: λατινικοί χαρακτήρες

- μέση τιμή $\rightarrow \bar{x}$
- σταθερή απόκλιση $\rightarrow s$



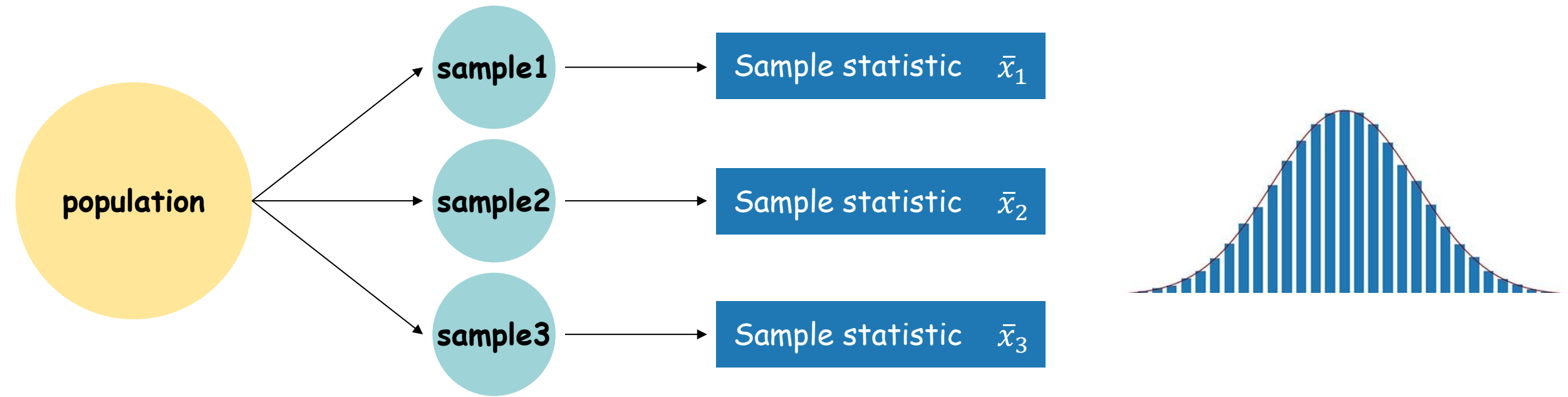
Πληθυσμός vs Δείγμα

- **Πληθυσμός:** Όλοι οι πιθανοί μαθητές που θα μπορούσαμε να μετρήσουμε.
- **Δείγμα:** Ένα μικρότερο σύνολο παιδιών που επιλέγουμε και μετράμε.
- Είναι πολύ απίθανο η μέση τιμή του δείγματος να είναι ακριβώς ίση με τη μέση τιμή του πληθυσμού.
- Αν παίρναμε πολλά διαφορετικά δείγματα, κάθε ένα θα είχε διαφορετική μέση τιμή.



Γιατί οι δειγματικές μέσες τιμές διαφέρουν

Οι μέσες τιμές από πολλά επαναλαμβανόμενα δείγματα σχηματίζουν τη δειγματοληπτική κατανομή της μέσης.



Άρα, κατά μέσο όρο, οι δειγματικές μέσες τιμές $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$ «κεντράρουν» στη μέση τιμή μ του πληθυσμού (η $\bar{X}$ είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια).

Τυπικό Σφάλμα (Standard Error) Μέσης Τιμής

Το τυπικό σφάλμα της μέσης είναι η τυπική απόκλιση της δειγματοληπτικής κατανομής της $\bar{X}$.

Εξαρτάται από:

1. Τη διακύμανση του χαρακτηριστικού που μελετάμε στον πληθυσμό (σ^2)

2. Το μέγεθος του δείγματος (n)

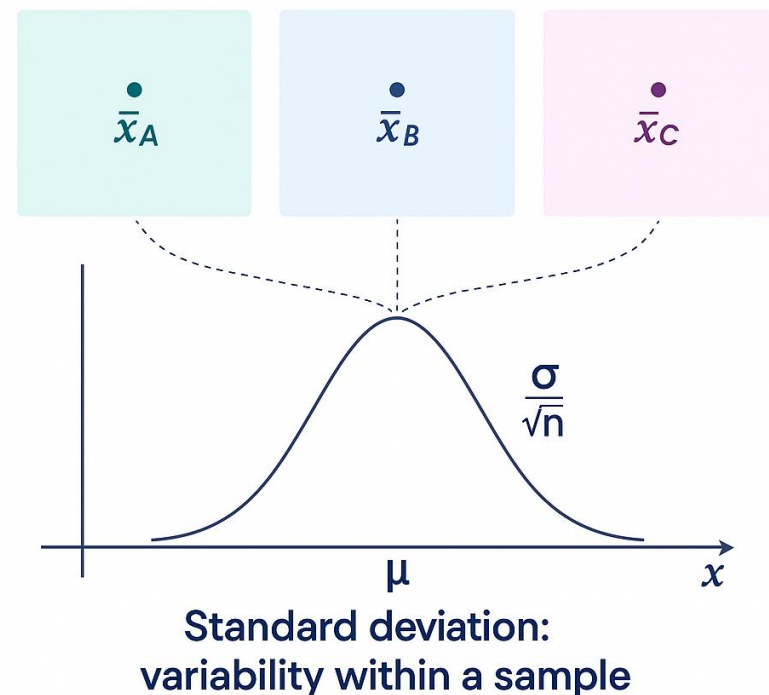
$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

• Όσο αυξάνεται το n , το **SE** μειώνεται (καλύτερη ακρίβεια εκτίμησης)

• Συνήθως το σ είναι άγνωστο, οπότε το SE υπολογίζεται ως

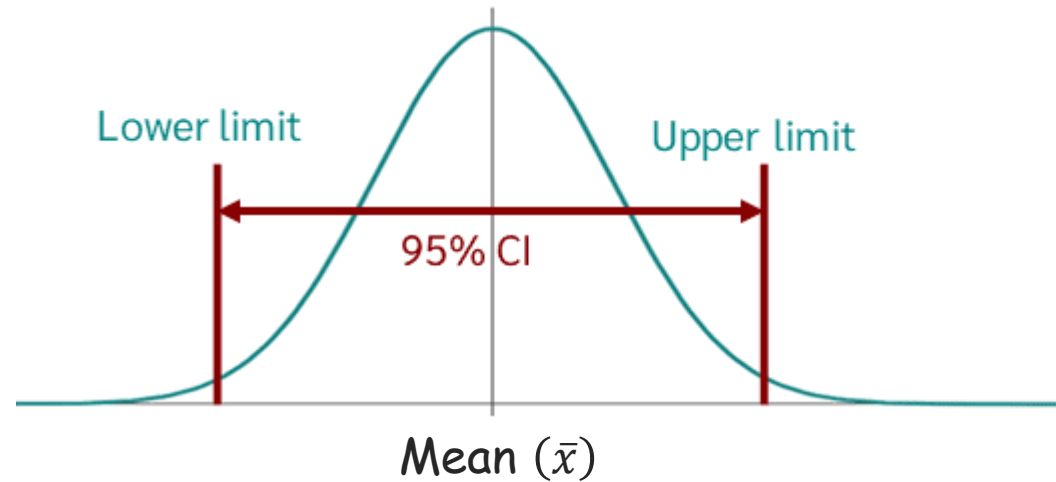
$$SE \approx \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Standard error: variability of the sample mean across samples



95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της Μέσης Τιμής

Το 95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της μέσης τιμής είναι ένα διάστημα τιμών που, **αν επαναλαμβάνουμε πολλές φορές τη δειγματοληψία**, θα περιείχε την πραγματική μέση τιμή του πληθυσμού **στο 95% των περιπτώσεων**.



Το διάστημα υπολογίζεται γύρω από τη δειγματική μέση τιμή $\bar{x}$, η οποία εκτιμά την άγνωστη μέση τιμή του πληθυσμού μ .

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της Μέσης Τιμής

- Αν η **διακύμανση του πληθυσμού** είναι άγνωστη (συνήθης περίπτωση):

$$(\bar{x} \pm t_{n-1,0.975} \cdot SE)$$

$t_{n-1,0.975}$: οριακή τιμή της κατανομής t στο 5%

$n - 1$: Βαθμοί ελευθερίας

- Αν η **διακύμανση του πληθυσμού** είναι γνωστή:

$$(\bar{x} \pm Z_{0.975} \cdot SE)$$

$Z_{0.975}$: οριακή τιμή της κανονικής κατανομής στο 5% ($Z_{0.975} = 1.96$)

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της Μέσης Τιμής

- Αν η διακύμανση του πληθυσμού είναι άγνωστη (συνήθης περίπτωση):

$$(\bar{x} \pm t_{n-1,0.975} \cdot SE)$$

$t_{n-1,0.975}$: οριακή τιμή της κατανομής t στο 5%
 $n - 1$: Βαθμοί ελευθερίας

Οι οριακές τιμές t αυξάνονται όσο
μειώνονται το n ή το α

Επίπεδο σημαντικότητας (α)

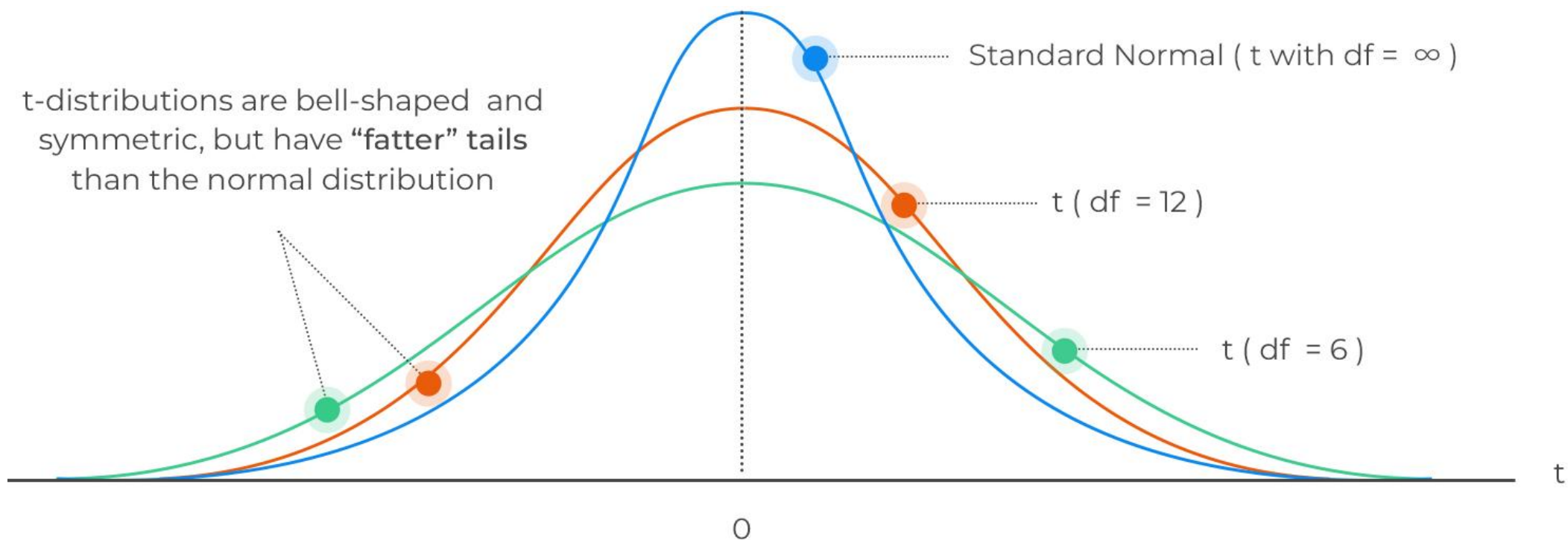
df	Επίπεδο σημαντικότητας (α)		
	10%	5%	1%
1	6.31375	12.7062	63.6567
2	2.91999	4.30265	9.92484
3	2.35336	3.18245	5.84091
4	2.13185	2.77645	4.60409
5	2.01505	2.57058	4.03214
.....			
30	1.69726	2.04227	2.75000
100	1.66023	1.98397	2.62589
>500	1.64487	1.95999	2.57588

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της Μέσης Τιμής

Στην πράξη η διακύμανση του πληθυσμού είναι σχεδόν πάντα άγνωστη, οπότε χρησιμοποιούμε την t-κατανομή, η οποία για μεγάλα δείγματα προσεγγίζει την κανονική.

n	df	t _{0.975}	z _{0.975}	Διαφορά (t-z)
5	4	2.7764	1.9600	0.8164
10	9	2.2622	1.9600	0.3022
20	19	2.0930	1.9600	0.1330
30	29	2.0452	1.9600	0.0852
50	49	2.0086	1.9600	0.0486
100	99	1.9839	1.9600	0.0239
200	199	1.9719	1.9600	0.0119
500	499	1.9647	1.9600	0.0047
1000	999	1.9623	1.9600	0.0023

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης της Μέσης Τιμής



Η t -κατανομή έχει πιο “παχιές ουρές”, επειδή υπάρχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα όταν το δείγμα είναι μικρό.

Καθώς το δείγμα μεγαλώνει, η t συρρικνώνεται και τελικά ταυτίζεται με την κανονική.

Παράδειγμα υπολογισμού 95% ΔΕ μέσης τιμής

Η δειγματική μέση τιμή του αναστήματος σε 600 άτομα ήταν 164,0 εκ., με τυπικό σφάλμα της μέσης (SE) 0,5 εκ.

Τότε, το 95% ΔΕ για την πραγματική μέση τιμή είναι:

$$\begin{aligned}(164,0 - 1,96 \cdot 0,5, 164,0 + 1,96 \cdot 0,5) &= \\(164,0 - 0,98, 164,0 + 0,98) &= \\(163,02, 164,98)\end{aligned}$$

Το 5% αντιστοιχεί στην πιθανότητα το διάστημα να μην περιέχει την πραγματική τιμή.



Παράδειγμα

Το επίπεδο σημαντικότητας $p=0,05$ έχει καθιερωθεί συμβατικά ως το όριο πέρα από το οποίο μια διαφορά θεωρείται στατιστικά σημαντική (δηλαδή η πιθανότητα να οφείλεται στην τύχη είναι μικρότερη από 5%).

Η μέση τιμή που βρήκαμε διαφέρει στατιστικά σημαντικά (στο επίπεδο του 5%) από κάθε τιμή που δεν περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ.

Αν, για παράδειγμα, μια τιμή όπως 165 cm δεν περιλαμβάνεται στο διάστημα (163,02 – 164,98), τότε η διαφορά θεωρείται στατιστικά σημαντική ($p < 0,05$).

Με άλλα λόγια, αν ελέγχουμε την υπόθεση ότι ο πραγματικός μέσος όρος είναι 165 cm, θα είχαμε $p < 0,05$.

Ποσοτικές και Ποιοτικές Μεταβλητές

Σε μια έρευνα συλλέγονται, μεταξύ άλλων, τα εξής δεδομένα για τους συμμετέχοντες:

- Ηλικία (έτη)
- Φύλο
- Συστολική πίεση (mm Hg)
- Κάπνισμα (ναι/όχι)

Ποιες από τις μεταβλητές είναι ποσοτικές και ποιες ποιοτικές;



Από τις μεταβλητές στα ερευνητικά ερωτήματα

Πιθανά ερευνητικά ερωτήματα

1 Διαφέρουν τα επίπεδα διαστολικής πίεσης μεταξύ ανδρών και γυναικών;

Πίεση → ποσοτική μεταβλητή

Φύλο → ποιοτική (2 επίπεδα)

2 Υπάρχει σχέση μεταξύ ηλικίας και διαστολικής πίεσης;

Ηλικία → ποσοτική μεταβλητή

Πίεση → ποσοτική μεταβλητή

Διερεύνηση σχέσεων

	Έκβαση (ανταπόκριση)	
Έκθεση / Παρέμβαση	Ποσοτική	Ποιοτική
Ποιοτική	• t-test • Γραμμική εξάρτηση	• χ^2 • Λογαριθμιστική (logistic)
Ποσοτική	• Συσχέτιση • Γραμμική εξάρτηση	• Λογαριθμιστική (logistic)

Σημείωση: Η επιλογή του ελέγχου εξαρτάται από το είδος των μεταβλητών (ποιοτική/ποσοτική).

Διερεύνηση σχέσεων

Έκθεση / Παρέμβαση	Έκβαση (ανταπόκριση)	
	Ποσοτική	Ποιοτική
Ποιοτική	• t-test • Γραμμική εξάρτηση	• χ^2 • Λογαριθμιστική (logistic)
Ποσοτική	• Συσχέτιση • Γραμμική εξάρτηση	• Λογαριθμιστική (logistic)

Έλεγχος υποθέσεων

Ο έλεγχος υποθέσεων υπολογίζει την πιθανότητα τα παρατηρούμενα δεδομένα —ή ακόμη πιο ακραία— να προέκυψαν, αν η μηδενική υπόθεση ήταν αληθής— δηλαδή, αν τα ευρήματα οφείλονταν απλώς στην τύχη.

Ο έλεγχος υπόθεσης είναι μια διαδικασία βάσει της οποίας:

Συνάγουμε συμπεράσματα για μια **παράμετρο του πληθυσμού** (π.χ. τη μέση τιμή), με βάση τα δεδομένα που έχουμε συλλέξει από το δείγμα μας.

Για να το κάνουμε αυτό, ξεκινάμε πάντα με μια **μηδενική υπόθεση (H_0)** και μια **εναλλακτική υπόθεση (H_1)**.

Έλεγχος υπόθεσης (1)

- Διατυπώνουμε το ερώτημα
- Καθορίζουμε τις δύο υποθέσεις του ελέγχου:
 - τη μηδενική (H_0) &
 - την εναλλακτική (H_1)

Μηδενική υπόθεση (H_0):

Δεν υπάρχει διαφορά **ΣΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ**

Εναλλακτική υπόθεση (H_1 ή H_a):

Υπάρχει διαφορά **ΣΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ**

Σκοπός: Να απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση

**Πάντα
ξεκινάμε από
τη μηδενική
υπόθεση (H_0)**

Έλεγχος υπόθεσης (2)

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να συγκρίνουμε τη μέση τιμή μιας παραμέτρου σε 2 ανεξάρτητους πληθυσμούς

Πάντα
ξεκινάμε από
τη μηδενική
υπόθεση (H_0)

Μηδενική υπόθεση

Υποθέτουμε ότι η πραγματική μέση τιμή ενός πληθυσμού είναι ίση με ενός άλλου

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow \Delta = \mu_1 - \mu_2 = 0$$

Εναλλακτική υπόθεση

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \Delta = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Σκοπός: Να απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση

Ορισμός της p -value στον έλεγχο υποθέσεων:

p -value είναι η πιθανότητα να παρατηρήσουμε ένα αποτέλεσμα τόσο ή περισσότερο ακραίο όσο το αποτέλεσμα ενός συγκεκριμένου δείγματος δεδομένου ότι ισχύει η μηδενική υπόθεση

p -values πιθανότητες ($0 < p < 1$).

Μικρή p -value: τα αποτελέσματα από το δείγμα είναι μη πιθανά δεδομένου της H_0

Όσο μικρότερη είναι η p -value, τόσο ισχυρότερη είναι η ένδειξη ενάντια στη μηδενική υπόθεση.

Επίπεδο σημαντικότητας

Για να αποφασίσουμε ποιες τιμές του p -value θεωρούνται «ασυνήθιστες», θέτουμε ένα όριο.

Τα p -values που είναι μικρότερα από αυτό το όριο οδηγούν σε απόρριψη της μηδενικής.

Αυτό το όριο είναι το επίπεδο σημαντικότητας α .

Επίπεδο σημαντικότητας

Κανόνας απόφασης

- ✓ Αν $p\text{-value} < \alpha$, τότε απορρίπτουμε την H_0 και αποδεχόμαστε την H_A .
- ✓ Αν $p\text{-value} > \alpha$, τότε αποτυγχάνουμε να απορρίψουμε την H_0

Χρησιμοποιούμε το 0,05 (5%) (αυθαίρετο)

$p\text{-value} < 0,05$ το αποτέλεσμα ονομάζεται στατιστικά σημαντικό.

Άρα, στο επίπεδο του 5%, έχουμε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ δύο μέσων τιμών όταν $p\text{-value} < 0,05$

Προσοχή: Το $p\text{-value}$ δεν δείχνει την πιθανότητα η H_0 να είναι αληθής, αλλά την πιθανότητα των δεδομένων αν ισχύει η H_0 .

t-test

Έστω ότι θέλουμε να συγκρίνουμε αν διαφέρει μια ποσοτική μεταβλητή ως προς τα δύο επίπεδα μιας ποιοτικής.

Δηλαδή, έστω ότι θέλουμε να συγκρίνουμε δύο διαφορετικές μέσες τιμές, που προέρχονται από δυο **ανεξάρτητους** πληθυσμούς.

Προϋποθέσεις:

- ✓ Η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει ακολουθεί την **κανονική κατανομή** και στους 2 ανεξάρτητους πληθυσμούς.
- ✓ Οι **τυπικές αποκλίσεις** δεν διαφέρουν. (F-test) Εναλλακτικά ελέγχουμε αν η μια δεν είναι διπλάσια της άλλης.

Παράδειγμα: επίπεδα α-φετοπρωτεΐνης (α-FP)

Καταγράφηκαν τιμές αλφα-φετοπρωτεΐνης (AFP) σε 99 έγκυες γυναίκες από τη Σαγκάη και 115 από τη Βοστώνη.

Ερευνητικό ερώτημα: *Διαφέρουν οι μέσες τιμές μεταξύ των δύο ομάδων;*

Πληθυσμοί: έγκυες γυναίκες από Σαγκάη ($n_1 = 99$) και Βοστώνη ($n_2 = 115$)

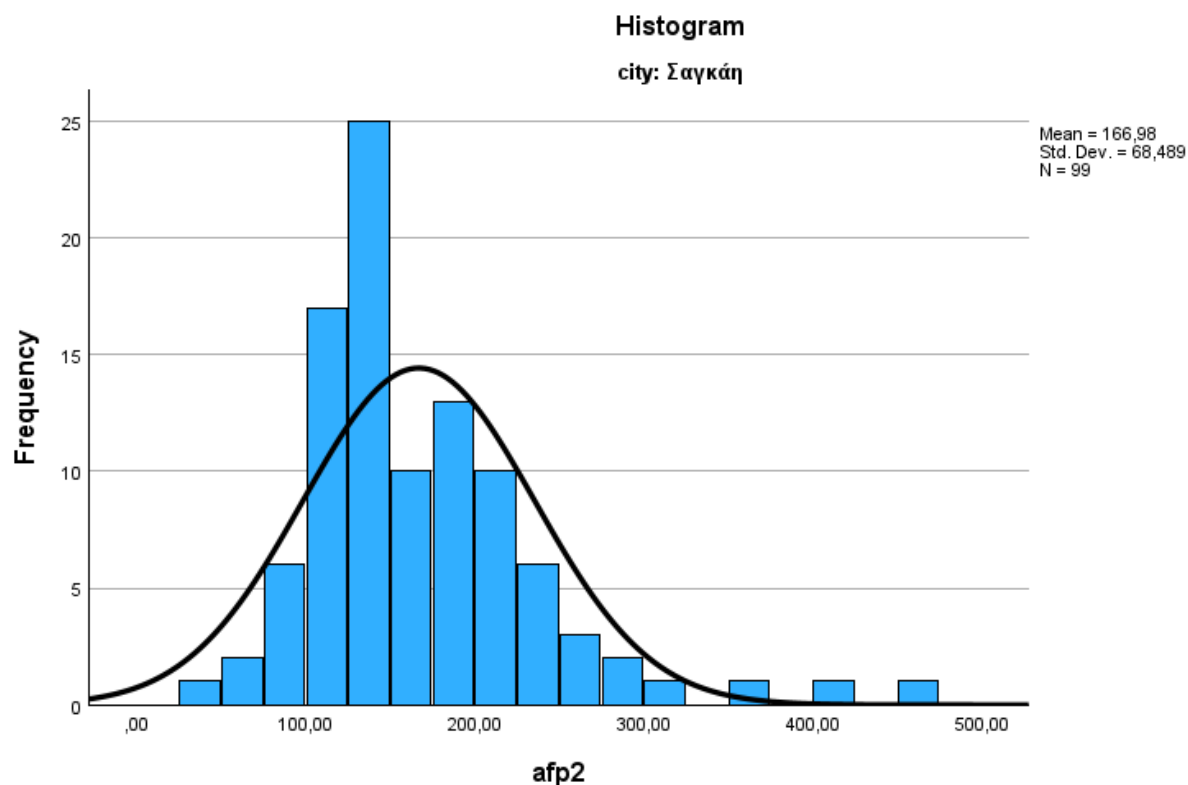
Μεταβλητή έκβασης: AFP (ng/L), ποσοτική.

Υποθέσεις:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Παράδειγμα: επίπεδα α-φετοπρωτεΐνης (α-FP)



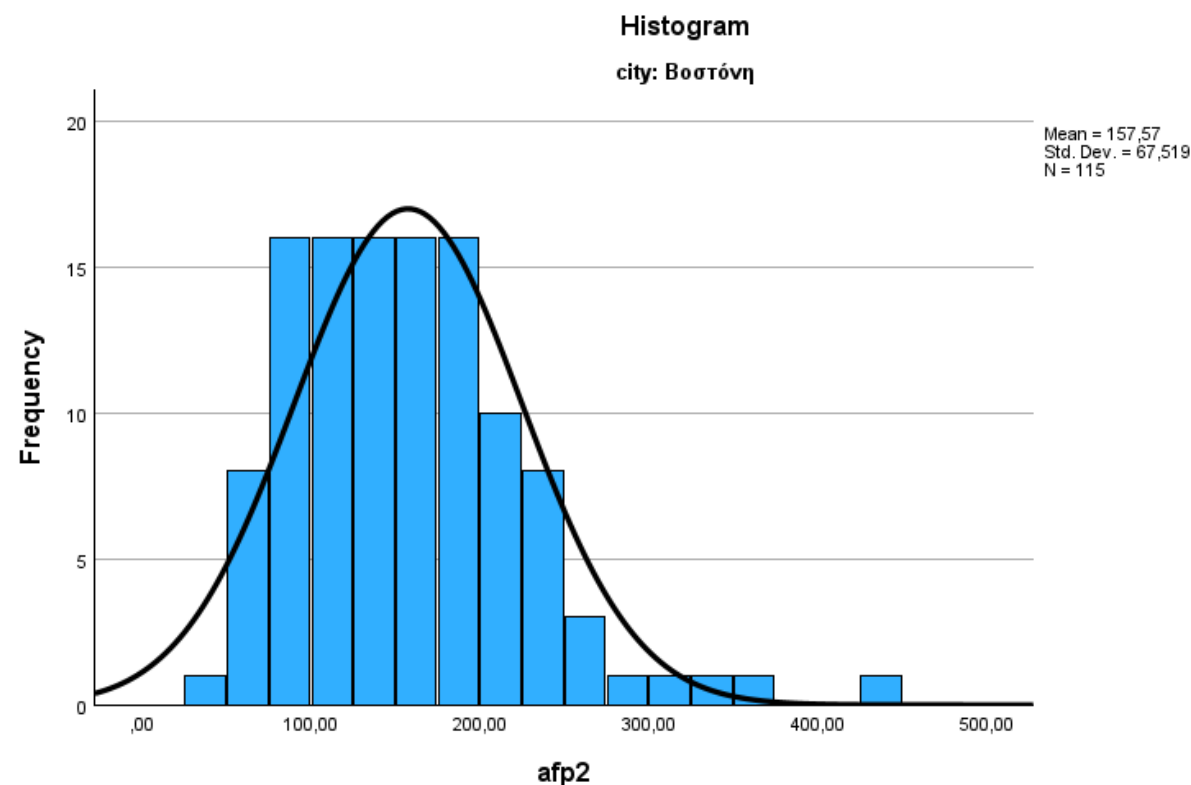
Ομάδα Α

(έγκυες γυναίκες στη Σαγκάη)

$$n_1 = 99$$

$$\bar{x}_1 = 167 \text{ ng/L}$$

$$SD_1 = 68.5 \text{ ng/L}$$



Ομάδα Β

(έγκυες γυναίκες στη Βοστώνη)

$$n_2 = 115$$

$$\bar{x}_2 = 157.6 \text{ ng/L}$$

$$SD_2 = 67.5 \text{ ng/L}$$

Παράδειγμα: επίπεδα α-φετοπρωτεΐνης (α-FP)

Το **p-value** εκφράζει την πιθανότητα, **αν ισχύει η μηδενική υπόθεση** (δηλαδή ότι τα μέσα επίπεδα α-φετοπρωτεΐνης δεν διαφέρουν μεταξύ των δύο φυλετικών ομάδων), **να παρατηρήσουμε στο δείγμα διαφορά μέσων ίση ή μεγαλύτερη από 9,41.**

Independent Samples Test								
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	P-value Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
afp2	Equal variances assumed	.035	.853	1.010	212	.314	9.40877	9.31862
	Equal variances not assumed			1.009	206.389	.314	9.40877	9.32861

Σε επίπεδο σημαντικότητας **$\alpha = 0,05$** , το **p-value (=0,314)** είναι μεγαλύτερο από το α .

→ Δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση (H_0)

→ **Δεν τεκμηριώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά** στα επίπεδα αλφα-φετοπρωτεΐνης (afp2) μεταξύ των δύο φυλετικών ομάδων.

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης για τη Διαφορά δύο Μέσων Τιμών (ανεξάρτητα δείγματα)

Το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των δειγματικών μέσων δύο ανεξάρτητων ομάδων n_1 και n_2 είναι:

$$(\hat{\delta} \pm t_{n_1+n_2-2, 0.975} \cdot SE_{\hat{\delta}})$$

$$\hat{\delta} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

$t_{n_1+n_2-2, 0.975}$ είναι η **τιμή της t-κατανομής** στο επίπεδο σημαντικότητας 5% (διπλής κατεύθυνσης) και με $n_1 + n_2 - 2$ βαθμούς ελευθερίας (df)

Έλεγχος υπόθεσης και Διάστημα εμπιστοσύνης

Το **διάστημα εμπιστοσύνης (ΔΕ)** παρέχει ένα εύρος πιθανών τιμών για την τιμή της παραμέτρου στον πληθυσμό.

95% Διάστημα Εμπιστοσύνης για τη διαφορά μέσων τιμών:

- Αν το **0** δεν περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ, τότε **απορρίπτουμε** τη μηδενική υπόθεση
 $H_0: \Delta = 0$ στο επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$
(δηλαδή $p\text{-value} < 0,05$).
- Αν το **0** περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ, τότε **δεν απορρίπτουμε** τη μηδενική υπόθεση (H_0).

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
afp2	Equal variances assumed	.035	.853	1.010	212	.314	9.40877	9.31862	-8.96025	27.77780
	Equal variances not assumed			1.009	206.389	.314	9.40877	9.32861	-8.98281	27.80036

Τα στατιστικά πακέτα εκτιμάνε το 95% ΔΕ για τη διαφορά των δύο μέσων τιμών.

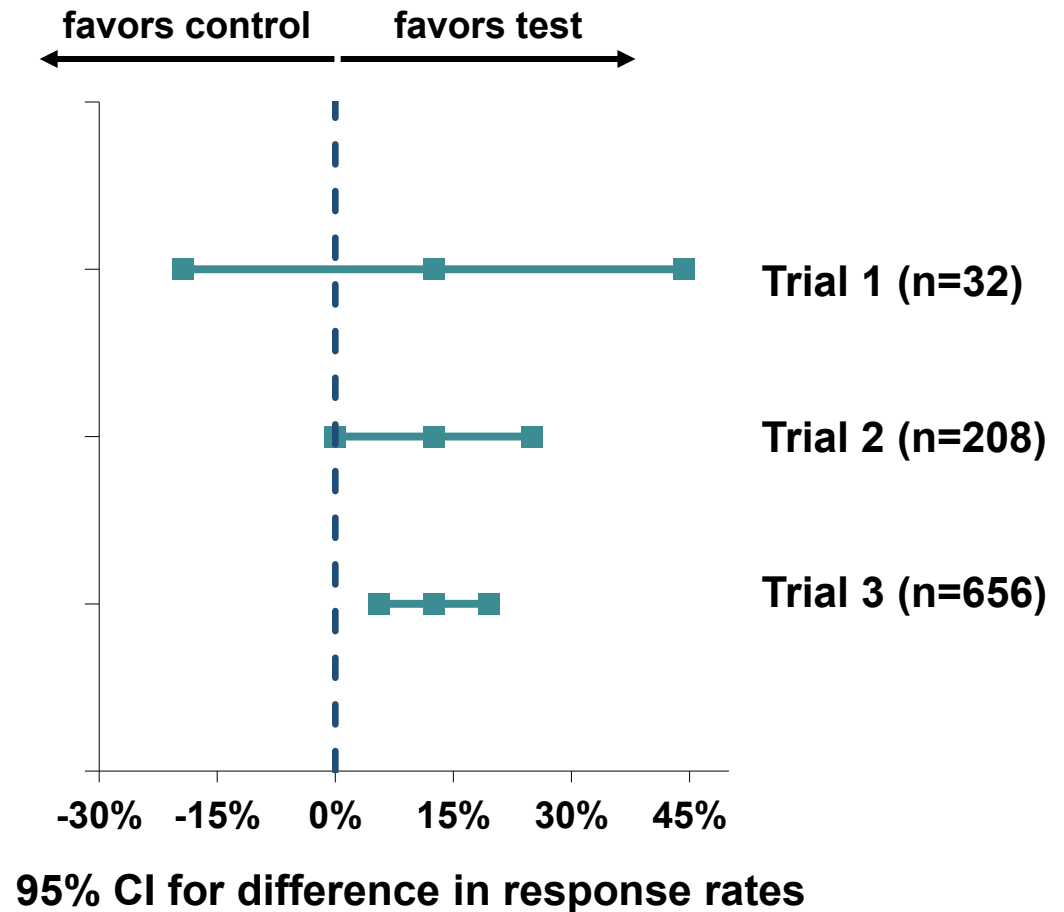
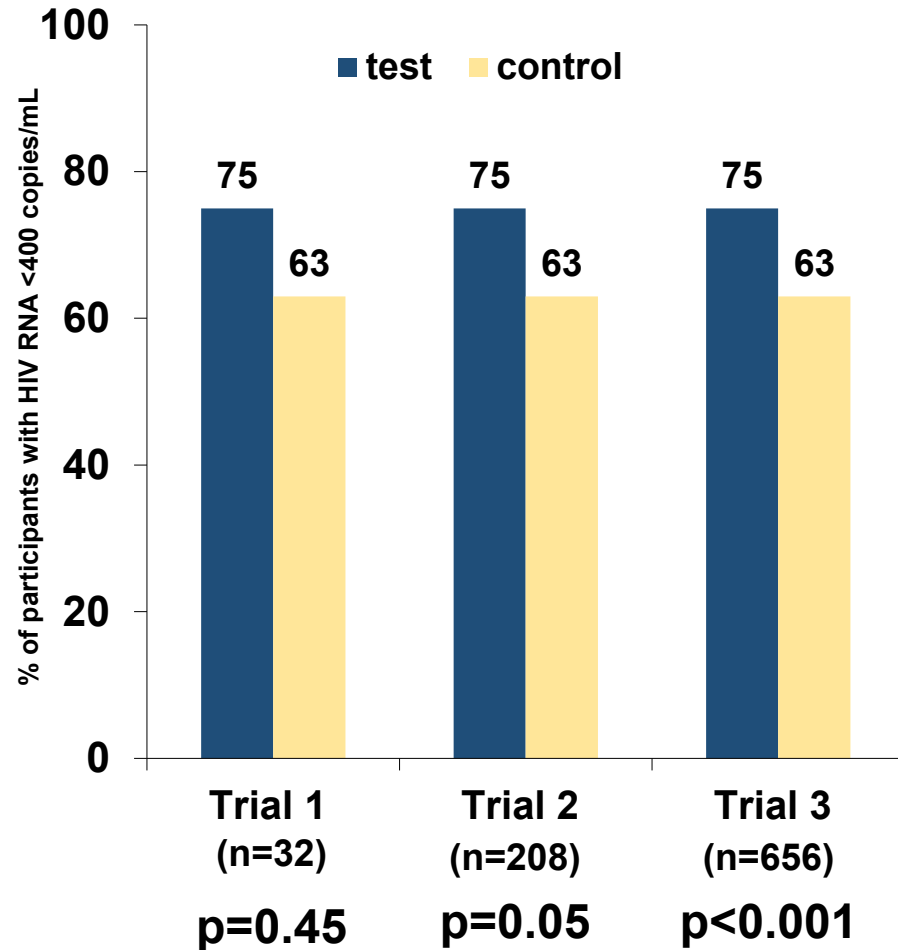
95% ΔΕ: (−8.9, 27.8)

Είμαστε 95% σίγουροι ότι το διάστημα αυτό συμπεριλαμβάνει την πραγματική διαφορά στις μέσες τιμές ορμόνης, στους δύο διαφορετικούς πληθυσμούς.

Το παραπάνω διάστημα περιλαμβάνει το 0 ΑΡΑ δεν απορρίπτουμε την H_0 σε επίπεδο 5% (συμβαδίζει με τον έλεγχο υπόθεσης στο επίπεδο 5%).

Οι μέσες τιμές ορμόνης ΔΕΝ διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο 5% στους 2 διαφορετικούς πληθυσμούς.

P-value και όρια αξιοπιστίας ανάλογα με το μέγεθος του δείγματος



Ίδιο αποτέλεσμα (12% διαφορά), διαφορετική σημαντικότητα — όσο μεγαλώνει το δείγμα, στενεύει το CI και μειώνεται η p-value

Παράδειγμα: Βάρος γέννησης νεογνού και φυλή

Group Statistics

	city	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bweight	.00	99	3431.5455	490.91128	49.33844
	1.00	115	3577.9130	481.35818	44.88688

← Γυναίκες Σαγκάης
← Γυναίκες Βοστώνης

Ερώτημα: διαφέρει το βάρος γέννησης ανάλογα τη φυλή που ανήκει η μητέρα;

Έλεγχος Υπόθεσης:

H_0 : Το βάρος γέννησης δε διαφέρει ανάλογα τη φυλή:

$$\mu_1 = \mu_2 \rightarrow \Delta = \mu_1 - \mu_2 = 0$$

H_1 : Το βάρος γέννησης διαφέρει ανάλογα τη φυλή:

$$\mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \Delta = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Παράδειγμα: Βάρος γέννησης νεογνού και φυλή

Group Statistics

	city	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bweight	.00	99	3431.5455	490.91128	49.33844
	1.00	115	3577.9130	481.35818	44.88688

← Γυναίκες Σαγκάης
← Γυναίκες Βοστώνης

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
bweight	Equal variances assumed	.038	.846	-2.198	212	.029	-146.36759	66.60330	-277.657	-15.07804
	Equal variances not assumed			-2.194	206.029	.029	-146.36759	66.70168	-277.873	-14.86223

Αφού $p\text{-value} < 0,05$ και το 0 δεν περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ της διαφοράς:
Απορρίπτουμε την H_0 (H_0 : το βάρος γέννησης δεν διαφέρει μεταξύ των 2 φυλών).

Άρα το βάρος γέννησης διαφέρει σε βαθμό στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο 5% μεταξύ των 2 φυλών.

Παράδειγμα: Βάρος γέννησης νεογνού και φυλή

Group Statistics

	city	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
bweight	.00	99	3431.5455	490.91128	49.33844
	1.00	115	3577.9130	481.35818	44.88688

← Γυναίκες Σαγκάης

← Γυναίκες Βοστώνης

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
bweight	Equal variances assumed	.038	.846	-2.198	212	.029	-146.36759	66.60330	-277.657	-15.07804
	Equal variances not assumed			-2.194	206.029	.029	-146.36759	66.70168	-277.873	-14.86223

Η μέση διαφορά στο βάρος γέννησης μεταξύ των δύο φυλετικών ομάδων ήταν – 146,4 g, (95% ΔΕ: –277,7 έως –15,1 g) με τα νεογνά των γυναικών από τη Σαγκάη να έχουν, κατά μέσο όρο, μικρότερο βάρος γέννησης σε σύγκριση με εκείνα των γυναικών από τη Βοστώνη.

Συνοπτικά t-test

Αν θέλουμε να συγκρίνουμε 2 μέσων τιμών ενός ποσοτικού μεγέθους σε 2 ανεξάρτητους πληθυσμούς: **T-TEST**

Καθορίζουμε H_0 και H_1 :

H_0 : δεν υπάρχει πραγματική διαφορά μεταξύ των μ_1 και μ_2 των 2 ανεξάρτητων πληθυσμών $\rightarrow \mu_1 = \mu_2$ ή $\Delta = \mu_1 - \mu_2 = 0$

H_1 : υπάρχει πραγματική διαφορά μεταξύ των μ_1 και μ_2 των 2 ανεξάρτητων πληθυσμών $\rightarrow \mu_1 \neq \mu_2$ ή $\Delta = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Συνοπτικά t-test

Μετά τη στατιστική δοκιμασία, **απορρίπτουμε την H_0** αν:

- ✓ καταλήξουμε σε πολύ μικρή p-value ($< 0,05$)
- ✓ το μηδέν δεν περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ της διαφοράς των μέσων τιμών

**Οι μέσες τιμές των 2 ανεξάρτητων πληθυσμών
διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο 5%**

Μετά τη στατιστική δοκιμασία, **αποτυγχάνουμε να απορρίψουμε την H_0** αν:

- ✓ καταλήξουμε σε μεγάλη p-value ($> 0,05$)
- ✓ το μηδέν περιλαμβάνεται στο 95% ΔΕ της διαφοράς των μέσων τιμών

**Οι μέσες τιμές των 2 ανεξάρτητων πληθυσμών δεν
διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο 5%**