

Φυσικό και Πυθαγόρειο Χόρδισμα

©2023 Dimitrios Pyrgiotis / Department of Music Studies / University of Athens

Αναγράφονται στους δύο παρακάτω πίνακες τα διαστήματα που σχηματίζονται στο πυθαγόρειο χόρδισμα (Pythagorean Tuning) και στο φυσικό χόρδισμα (Just Intonation Tuning). Δηλώνεται κατά σειρά το διάστημα, το εύρος του διαστήματος με κλασματική σχέση (λόγο ή ratio), το εύρος του διαστήματος σε cents, καθώς και η αλγεβρική διαφορά του διαστήματος από το αντίστοιχο διάστημα στο ισοσυγκερασμένο χόρδισμα.



Pythagorean Tuning Intervals

intervals	ratio	cents	eq-D
unison	1:1	0	0
minor second	256:243	90.2	-10
major second	9:8	203.9	+4
minor third	32:27	294.1	-6
major third	81:64	407.8	+8
perfect fourth	4:3	498.0	-2
augmented fourth	729:512	611.7	+12
diminished fifth	1024:729	588.3	-12
perfect fifth	3:2	701.9	+2
minor sixth	128:81	792.2	-8
major sixth	27:16	905.9	+6
minor seventh	16:9	996.1	-4
major seventh	243:128	1109.8	+10

Just Intonation Intervals

intervals	ratio	cents	eq-D
semitone	16:15	111.7	+12
minor tone	10:9	182.4	-18
major tone	9:8	203.9	+4
minor third	6:5	315.6	+16
major third	5:4	386.3	-14
perfect fourth	4:3	498.0	-2
augmented fourth	45:32	590.2	-10
diminished fifth	64:45	609.7	+10
perfect fifth	3:2	701.9	+2
minor sixth	8:5	813.6	+14
major sixth	5:3	884.3	-16
minor seventh	9:5	1017.6	+18
major seventh	15:8	1088.3	-12

- Το διατονικό ημιτόνιο (πχ. C-Db) στο πυθαγόρειο χόρδισμα λέγεται *πυθαγόρειο λείμμα* (limma) και εκφράζεται με το λόγο 256:243 με εύρος περίπου 90.2 cents.
- Το χρωματικό ημιτόνιο (πχ. C-C#) στο πυθαγόρειο χόρδισμα λέγεται *πυθαγόρεια αποτομή* (apotome) και εκφράζεται με το λόγο 2187:2048 με εύρος περίπου 113.7 cents.
- Το *πυθαγόρειο κόμμα* (pythagorean comma) μπορεί να οριστεί με διαφορετικούς τρόπους:
 - είναι η διαφορά ανάμεσα σε δύο εναρμόνιες νότες στο πυθαγόρειο χόρδισμα (όπως οι Db και C#).
 - είναι η διαφορά ανάμεσα στην αποτομή και το λείμμα.
 - είναι η διαφορά ανάμεσα σε δώδεκα (12) πέμπτες (3:2) και επτά (7) όγδοες (2:1), είναι δηλαδή $(3:2)^{12} \div 2^7 = 1.01364$, ή περίπου 23.46 cents.
- Το *συντονικό κόμμα* (syntonic comma) είναι η διαφορά ανάμεσα σε ένα πυθαγόρειο δίτονο (διάστημα μεγάλης τρίτης, με λόγο 81:64 ή με εύρος περίπου 407.82 cents) και μία φυσική μεγάλη τρίτη (με λόγο 5:4 ή με εύρος περίπου 386.31 cents). Έχει δηλαδή λόγο $81:64 \div 5:4 = 81:80$ ή περίπου 21.51 cents. Λέγεται επίσης *χρωματική δίεση*, *διδύμιο κόμμα*, *πτολεμαϊκό κόμμα* ή *διατονικό κόμμα*.
- Το *χολντεριανό κόμμα* (Holdrian comma or Holder's comma), λέγεται κάποιες φορές και *αραβικό κόμμα*, είναι το μικρό διάστημα περίπου 22,6415 cents, το οποίο προκύπτει αν διαιρέσουμε τα 1200 cents μίας ογδός σε 53 ίσα τμήματα. Προέρχεται από τη θεώρηση των αρχαίων Ελλήνων (ή τουλάχιστον του Βοηθίου), σύμφωνα με την οποία ο τόνος στο πυθαγόρειο χόρδισμα υποδιαιρείται σε εννέα κόμματα, εκ των οποίων τέσσερα σχηματίζουν το διατονικό ημιτόνιο και πέντε σχηματίζουν το χρωματικό ημιτόνιο (βλ. παραπάνω). Αν αθροίσουμε όλα αυτά τα κόμματα στο εύρος μιας όγδοης, δηλαδή 5 τόνους και δύο διατονικά ημιτόνια, προκύπτους $5 \times 9 + 2 \times 4 = 53$ ίσα κόμματα.
- Ο *μείζων τόνος* (major tone) έχει λόγο 9:8 και εύρος περίπου 203.9 cents, ενώ ο *ελλάσσω τόνος* (minor tone) έχει λόγο 10:9 και εύρος περίπου 182.4 cents.
- Το *σχίσμα* είναι η διαφορά (διάστημα) ανάμεσα σε ένα συντονικό και ένα πυθαγόρειο κόμμα, περίπου 1.9537 cents.
- Το *διάσχισμα* είναι η διαφορά (διάστημα) ανάμεσα σε ένα σχίσμα και ένα συντονικό κόμμα, περίπου 19.5 cents.