ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΛΕΚΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

ΑΠΟ ΤΟ 1979 ΔΟΥΛΕΥΟΥΜΕ Σ' ΕΝΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ όπου γίνεται μια προσπάθεια να καταλάβουμε καλύτερα την ανάπτυξη των δεξιοτήτων των μικρών παιδιών κατά την επίλυση προβλημάτων, καθώς και τις διαδικασίες που αυτά χρησιμοποιούν σε σχέση με στοιχειώδη λεκτικά αριθμητικά προβλήματα. Αυτό το πρόγραμμα είναι έντονα επηρεασμένο από τη δουλειά του Greeno και των συναδέλφων του (Heller & Greeno, 1978· Riley, Greeno & Heller, 1983). Οι ερευνητές αυτοί εισήγαγαν ένα σχήμα ταξινόμησης για τα στοιχειώδη λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης, βασισμένο στις σημασιολογικές σχέσεις που τα διέπουν. Ειδικότερα, διέκριναν τρεις κύριες κατηγορίες λεκτικών προβλημάτων: προβλήματα *μεταβολής*, *σύνθεσης* και *σύγκρισης*. Τα προβλήματα μεταβολής αναφέρονται στις δυναμικές καταστάσεις στις οποίες ένα γεγονός μεταβάλλει την αξία κάποιας ποσότητας, όπως στο ακόλουθο παράδειγμα:

Μεταφρασμένο άρθρο από το *Learning and Instruction. European Research in an International Context. Volume I.* Oxford/Leuven: Pergamon Press/Leuven University Press, σσ. 297-308.

> Ο Γιάννης είχε 3 βόλους· ο Θωμάς τού έδωσε 5 ακόμη βόλους. Πόσους βόλους έχει ο Γιάννης τώρα;

Τα προβλήματα σύνθεσης αναφέρονται σε στατικές καταστάσεις που περιέχουν δύο ποσότητες, που είτε λαμβάνονται υπόψη χωριστά, είτε σε συνδυασμό, όπως στην παρακάτω περίπτωση:

> Ο Γιάννης έχει 3 βόλους· ο Θωμάς έχει 5 βόλους. Πόσους βόλους έχουν και οι δύο μαζί;

Τα προβλήματα σύγκρισης περιλαμβάνουν δύο ποσότητες προς σύγκριση και τη διαφορά ανάμεσά τους. Για παράδειγμα:

> Ο Γιάννης έχει 3 βόλους· ο Θωμάς έχει 5 βόλους περισσότερους από το Γιάννη. Πόσους βόλους έχει ο Θωμάς;

Κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες υποδιαιρείται σε διαφορετικούς τύπους προβλημάτων, ανάλογα με το ποια είναι η άγνωστη ποσότητα. Στα προβλήματα μεταβολής και σύγκρισης έγιναν περαιτέρω διακρίσεις, που εξαρτώνται από την κατεύθυνση του συμβάντος (αύξηση ή ελάττωση) και από τη σχέση (περισσότερο ή λιγότερο), αντίστοιχα. Συνδυάζοντας τα τρία αυτά χαρακτηριστικά των λεκτικών προβλημάτων, ο Greeno και οι συνεργάτες του κατέληξαν σε 14 τύπους προβλημάτων (Heller & Greeno, 1978· Riley κ.ά., 1983· βλ. επίσης De Corte, Verschaffel & Verschueren, 1982).

Οι ίδιοι συγγραφείς πρότειναν επίσης ένα θεωρητικό μοντέλο επίλυσης στοιχειωδών λεκτικών αριθμητικών προβλημάτων, στο οποίο η σημασιολογική επεξεργασία του προβλήματος θεωρείται ως μια αποφασιστική συνιστώσα σε μία ικανή διαδικασία επίλυσης (Heller & Greeno, 1978· Riley κ.ά., 1983· βλ. επίσης De Corte κ.ά., 1982).

Βασισμένοι στη δουλειά τους από τη μια, και στα αποτελέσματα των δικών μας εμπειρικών ερευνών από την άλλη, έχουμε αναπτύξει ένα μοντέλο επίλυσης λεκτικών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης, που περιλαμβάνει πέντε στάδια (De Corte & Verschaffel, 1985a, 1985b).

(1) Γίνεται μία σύνθετη σκόπιμη δραστηριότητα επεξεργασίας κειμένου: αρχίζοντας από το λεκτικό κείμενο, ο μαθητής κατασκευάζει μια σφαιρική, αφηρημένη, εσωτερική αναπαράσταση του προβλήματος, στα πλαίσια των συνόλων και των σχέσεων των συνόλων.
(2) Με βάση αυτή την αναπαράσταση, ο λύτης του προβλήματος επιλέγει μια κατάλληλη τυπική αριθμητική πράξη ή μια άτυπη στρατηγική υπολογισμού για να βρει το άγνωστο στοιχείο στην αναπαράσταση του προβλήματος.
(3) Η πράξη ή το έργο που έχει επιλεγεί εκτελείται.
(4) Ο λύτης επανενεργοποιεί την αρχική αναπαράσταση του προβλήματος, αντικαθιστά το άγνωστο στοιχείο με το αποτέλεσμα της πράξης που έχει εκτελεστεί και διατυπώνει την απάντηση.
(5) Εκτελούνται πράξεις επαλήθευσης για να ελεγχθεί η ορθότητα της λύσης που βρέθηκε στο προηγούμενο στάδιο.

Όπως αναφέραμε παραπάνω, το πρώτο στάδιο της διαδικασίας επίλυσης είναι αντιληπτό ως μία σκόπιμη δραστηριότητα επεξεργασίας κειμένου. Η προκύπτουσα αναπαράσταση του προβλήματος θεωρείται το αποτέλεσμα μιας σύνθετης αλληλεπίδρασης πληροφοριών που προκύπτουν από το κείμενο με τις προϋπάρχουσες γνώσεις του μαθητή. Έτσι η επεξεργασία των λεκτικών δεδομένων, όπως επίσης η δραστηριότητα των γνωστικών σχημάτων του υποκειμένου, συντελούν στην κατασκευή της αναπαράστασης του προβλήματος. Διακρίνονται δύο κύριες κατηγορίες γνωστικών σχημάτων: (α΄) τα σημασιολογικά σχήματα που αναπαριστούν τη γνώση του υποκειμένου για την αύξηση και την ελάττωση, τη σύνθεση και τη σύγκριση συνόλων αντικειμένων (το σχήμα αλλαγής σύνθεσης και τη σύγκρισης αντίστοιχα), και (β΄) το σχήμα των λεκτικών προβλημάτων, που περιέχει γνώση της δομής των λεκτικών προβλημάτων γενικά, το ρόλο και την πρόθεσή τους στη διδασκαλία της αριθμητικής, και τους λανθάνοντες κανόνες και τις υποθέσεις που υπόκεινται σ' αυτόν ειδικά τον τύπο κειμένου (De Corte & Verschaffel, 1985a, 1985b).

Μια διαχρονική διερεύνηση με παιδιά της Α΄ τάξης συνετέλεσε ουσιαστικά στην ανάπτυξη του θεωρητικού μας μοντέλου. Σε τούτο το Κεφάλαιο παρουσιάζουμε και διευκρινίζουμε μερικά βασικά ευρήματα της μελέτης. Πριν παρουσιάσουμε τα ευρήματα, σας δίνουμε μια πιο λεπτομερή περιγραφή του σχεδίου της μελέτης.

ΣΧΕΔΙΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

Τα δεδομένα των αναπαραστάσεων και των διαδικασιών επίλυσης των παιδιών σε σχέση με τα στοιχειώδη λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης συγκεντρώθηκαν κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς 1981-1982 (Verschaffel, 1984). Τριάντα μαθητές της Α΄ τάξης έδωσαν ατομικές συνεντεύξεις τρεις φορές κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς: στην αρχή, το Σεπτέμβριο, τον Ιανουάριο, και, στο τέλος, τον Ιούνιο. Κάθε φορά τούς δίνονταν οκτώ λεκτικά προβλήματα (βλ. Πίνακα 1).

Ο ερευνητής διάβαζε δυνατά τα προβλήματα. Για κάθε πρόβλημα ζητούσε από τα παιδιά να εκτελέσουν τα ακόλουθα έργα: (α΄) να επαναλάβουν το πρόβλημα, (β΄) να το λύσουν, (γ΄) να εξηγήσουν και να αιτιολογήσουν τη μέθοδο επίλυσής του, (δ΄) να κατασκευάσουν μια υλική αναπαράσταση της ιστορίας με κούκλες και τουβλάκια, και (ε΄) να γράψουν την αντίστοιχη αριθμητική πρόταση. Όταν το παιδί αδυνατούσε να λύσει κάποιο πρόβλημα μόνο του, ο ερευνητής άρχιζε τη διαδικασία που ονομαζόταν *διαδικασία συστηματικής βοήθειας*. Αυτή συμπεριλάμβανε την ανάγνωση του προβλήματος πρόταση με πρόταση, όπου μετά από κάθε πρόταση ζητούσε από το παιδί να αναπαραστήσει την κατάσταση με κούκλες και τουβλάκια.

Οι ατομικές συνεντεύξεις βιντεοσκοπήθηκαν. Τα δεδομένα υποβλήθηκαν σε ποσοτική και ποιοτική ανάλυση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

ΤΥΠΟΙ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΑΝ ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ

Τύπος	*Πρόβλημα*	*Σχήμα*	*Διεύθυνση*	*Άγνωστος*
Μεταβολή 1	Ο Πέτρος είχε 3 (5)* μήλα· η Άννα έδωσε στον Πέτρο 5 (7) ακόμη μήλα. Πόσα μήλα έχει ο Πέτρος τώρα;	Μεταβολή	Αύξηση	Τελικό σύνολο
Μεταβολή 2	Ο Π. είχε 6 (12) μήλα· έδωσε 2 (4) μήλα στην Α. Πόσα μήλα έχει ο Π. τώρα;	Μεταβολή	Ελάττωση	Τελικό σύνολο
Μεταβολή 3	Ο Π. έχει 3 (5) μήλα· η Α. έδωσε στον Π. μερικά ακόμη μήλα· ο Π. τώρα έχει 10 (13) μήλα. Πόσα μήλα έδωσε στον Πέτρο η Άννα;	Μεταβολή	Αύξηση	Μεταβαλλόμενο σύνολο
Μεταβολή 6	Ο Π. είχε μερικά μήλα· έδωσε 3 (5) μήλα στην Α.· τώρα ο Π. έχει 5 (7) μήλα. Πόσα μήλα είχε ο Π. στην αρχή;	Μεταβολή	Ελάττωση	Αρχικό σύνολο
Σύνθεση 1	Ο Π. έχει 3 (5) μήλα· η Α. έχει 7 (9) μήλα. Πόσα μήλα έχουν και οι δύο μαζί;	Σύνθεση	—	Υπερσύνολο
Σύνθεση 2	Ο Π. έχει 3 (5) μήλα· η Α. έχει επίσης μερικά μήλα· ο Π. και η Α. έχουν 9 (14) μήλα και οι δυο μαζί. Πόσα μήλα έχει η Άννα;	Σύνθεση	—	Υποσύνολο
Σύγκριση 1	Ο Π. έχει 3 (5) μήλα· η Α. έχει μερικά περισσότερα μήλα από τον Π.· η Α. έχει 8 (12) μήλα. Πόσα περισσότερα μήλα έχει η Άννα;	Σύγκριση	Περισσότερο	Σύνολο της διαφοράς
Σύγκριση 3	Ο Π. έχει 3 (5) μήλα· η Α. έχει 6 (8) μήλα περισσότερα από τον Π. Πόσα μήλα έχει η Άννα;	Σύγκριση	Περισσότερο	Συγκρινόμενο σύνολο

* Οι αριθμοί στις παρενθέσεις χρησιμοποιήθηκαν στην τρίτη συνέντευξη.

Από τα πιο σημαντικά αποτελέσματα των πρόσφατων ερευνών της γνωστικής ψυχολογίας, σε σχέση με τα στοιχειώδη προβλήματα αριθμητικής, είναι ότι τα παιδιά της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας διαθέτουν σ' αυτόν τον τομέα σημαντικά μεγαλύτερες δεξιότητες απ' ό,τι θεωρείται συχνά πως έχουν. Διάφορες μελέτες δείχνουν ότι, όταν αρχίζουν το σχολείο, τα περισσότερα παιδιά φαίνονται να έχουν –με λανθάνοντα τουλάχιστον τρόπο– μία αρκετά πολύπλοκη γνώση του αριθμού και των στοιχειωδών πράξεων όπως η πρόσθεση και η αφαίρεση. Επίσης φαίνονται να μπορούν να εφαρμόσουν αυτή τη γνώση σε διάφορες καταστάσεις (βλ., π.χ., Carpenter, 1984· Shavelson, 1981).

Τα αποτελέσματα των ερευνών μας υποστηρίζουν τα παραπάνω συμπεράσματα: Οι 30 μαθητές της Α΄ τάξης πήγαν εκπληκτικά καλά στα οκτώ λεκτικά προβλήματα που τους δόθηκαν κατά την πρώτη συνέντευξη στην αρχή της σχολικής χρονιάς: 27 μαθητές έλυσαν τουλάχιστον τρία προβλήματα σωστά, είτε μόνοι τους είτε με ελάχιστη βοήθεια από τον ερευνητή· τα μισά από τα παιδιά πήγαν καλά σε πέντε τουλάχιστον προβλήματα, και 3 από αυτά πέτυχαν να λύσουν όλα τα προβλήματα.

Ένα δεύτερο βασικό εύρημα που αφορά την επίδοση των παιδιών είναι ότι τα λεκτικά προβλήματα που επιλύονται με την ίδια αριθμητική πράξη, αλλά διαφέρουν ως προς τη σημασιολογική τους δομή, είναι δυνατό να διαφέρουν πολύ στο βαθμό δυσκολίας τους. Στην πρώτη συνέντευξη, για παράδειγμα, 26 παιδιά έλυσαν σωστά το πρόβλημα σύνθεσης 1. Στο πρόβλημα μεταβολής 6 έδωσαν δώδεκα σωστές απαντήσεις και στο πρόβλημα σύγκρισης 3 απάντησαν σωστά μόνο 5 παιδιά. Αυτά τα τρία προβλήματα επιλύονται με την ίδια αριθμητική πράξη, προσθέτοντας δηλαδή τους δυο αριθμούς που δίνονται. Όμως, η σημασιολογική τους δομή διαφέρει αρκετά. Το ίδιο ισχύει και για τα προβλήματα αφαίρεσης. Για παράδειγμα, τα προβλήματα μεταβολής 2, σύνθεσης 2 και σύγκρισης 1 μπορούν να επιλυθούν μειώνοντας τον μεγαλύτερο αριθμό που δίνεται τόσες φορές, όσες είναι ο μικρότερος. Αυτά τα προβλήματα επιλύθηκαν σωστά από 30, 26 και 14 παιδιά, αντίστοιχα, κατά τη δεύτερη συνέντευξη.

Σε πολλές άλλες πρόσφατες έρευνες βρέθηκαν επίσης δεδομένα για την επίδραση της σημασιολογικής δομής στη δυσκολία των προβλημάτων, όχι μόνο σε σχέση με τα στοιχειώδη προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης (βλ., π.χ., Carpenter & Moser, 1982· Nesher, 1982· Riley κ.ά., 1983), αλλά επίσης για τα δυσκολότερα προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης (Shalin & Bee, 1985) και για προβλήματα πολλαπλασιασμού (Greer, υπό έκδοση). Σύμφωνα με το μοντέλο μας, το επίπεδο δυσκολίας της σημασιολογικής διάκρισης των προβλημάτων μπορεί να διαφέρει, είτε επειδή το αναγκαίο σημασιολογικό σχήμα για την αναπαράσταση των διαφορετικών τύπων προβλημάτων δεν είναι κάτι που τα παιδιά το κατέχουν εξίσου καλά, είτε επειδή μερικές αναπαραστάσεις προβλημάτων ταιριάζουν πιο εύκολα με την κατάλληλη αριθμητική πράξη απ' ό,τι άλλες.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΛΕΚΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Σχετικά με τις στρατηγικές επίλυσης των παιδιών στα αριθμητικά προβλήματα, η διαχρονική μας μελέτη έδωσε ευρήματα που, γενικά, συμπλήρωσαν αυτά των προηγούμενων ερευνών. Θα επικεντρωθούμε εδώ σε δύο σημαντικά ευρήματα: (1) στην ποικιλία των στρατηγικών που επινοούν τα παιδιά για να λύσουν λεκτικά προβλήματα, και (2) στην ευελιξία αυτών των στρατηγικών επίλυσης σε σχέση με τη συγκεκριμένη φύση του προβλήματος.

Πρώτον, ανακαλύψαμε ότι οι μαθητές της Α΄ τάξης διαθέτουν ένα πλούσιο και ποικίλο ρεπερτόριο στρατηγικών για την επίλυση διαφορετικού τύπου στοιχειωδών λεκτικών προβλημάτων. Οι Carpenter & Moser (1982) ανέπτυξαν ένα σχήμα δύο διαστάσεων για την ταξινόμηση αυτών των στρατηγικών. Αρχικά, διακρίνουν τις στρατηγικές της πρόσθεσης από τις στρατηγικές αφαίρεσης. Έπειτα, οι στρατηγικές διευθετούνται, σύμφωνα με το βαθμό εσωτερίκευσής τους, σε *υλικές στρατηγικές*, που βασίζονται στην απευθείας χρησιμοποίηση των δαχτύλων ή κάποιων φυσικών αντικειμένων, σε *λεκτικές στρατηγικές*, που βασίζονται στη χρησιμοποίηση της ακολουθίας της μέτρησης, και σε *νοητικές στρατηγικές*, που βασίζονται στην ανάκληση αριθμητικών πράξεων. Με βάση τα δεδομένα μας (De Corte & Verschaffel, υπό έκδοση), μπορέσαμε να αναπτύξουμε ένα επεξεργασμένο σχήμα ταξινόμησης από αυτό που πρότειναν οι Carpenter & Moser (1982). Χρησιμοποιώντας αυτό το σχήμα βρήκαμε δέκα διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης για σχεδόν όλους τους τύπους λεκτικών προβλημάτων που χρησιμοποιήσαμε (Verschaffel, 1984).

Μια σύγκριση των στρατηγικών που παρατηρήθηκαν μ' αυτές που διδάσκονται στα σχολεία φανέρωσε ότι πολλές διαδικασίες που χρησιμοποίησαν τα παιδιά δεν είχαν διδαχτεί ποτέ με σαφή τρόπο. Όπως η Resnick (1983), θα τις ονομάζαμε «επινοήσεις»· π.χ., στρατηγικές επίλυσης που έχουν επινοήσει τα ίδια τα παιδιά με βάση τη γνώση και τις διαδικασίες που απέκτησαν από τη διδασκαλία και από τις καθημερινές τους εμπειρίες. Θα σκιαγραφήσουμε μία από αυτές τις επινοήσεις: Κάποια από τα παιδιά που πέτυχαν στην επίλυση του προβλήματος μεταβολής 6 («Ο Πέτρος είχε μερικά μήλα· έδωσε 5 μήλα στην Άννα· ο Πέτρος έχει 7 μήλα τώρα· πόσα μήλα είχε ο Πέτρος στην αρχή;»), εφάρμοσαν ένα είδος στρατηγικής δοκιμής και λάθους: λογάριασαν το μέγεθος του αρχικού ποσού και έλεγξαν την υπόθεσή τους ελαττώνοντας κατά 5, για να δουν αν απέμεναν 7 στοιχεία. Καθώς οι περισσότεροι δάσκαλοι δεν εξηγούν ποτέ αυτή τη στρατηγική στους μαθητές τους, μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι επινοημένη στρατηγική.

Το δεύτερο εύρημά μας σε σχέση με τις στρατηγικές επίλυσης αφορά τη σχέση ανάμεσα στη σημασιολογική δομή των στοιχειωδών αριθμητικών προβλημάτων και τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά για να τα λύσουν. Αυτό το εύρημα επεκτείνει ένα προηγούμενο· συγκεκριμένα, ότι η σημασιολογική δομή ενός προβλήματος είναι σημαντικά καθοριστική για το επίπεδο δυσκολίας του. Πράγματι, τα δεδομένα μάς δείχνουν ότι τα λεκτικά προβλήματα που λύνονται με την ίδια αριθμητική πράξη, αλλά διαφέρουν στη σημασιολογική τους δομή, αποσπούν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης. Αυτό θα το εξηγήσουμε σε σχέση με τις λεκτικές στρατηγικές επίλυσης για τα προβλήματα πρόσθεσης (για περισσότερα παραδείγματα, βλ. De Corte & Verschaffel, υπό έκδοση).

Στο σχήμα ταξινόμησής μας για τις στρατηγικές στην πρόσθεση διακρίναμε δύο είδη λεκτικών στρατηγικών μέτρησης: αυτές κατά τις οποίες το παιδί αρχίζει να μετρά από τον πρώτο αριθμό που του δίνεται στο πρόβλημα (Π-στρατηγικές), και αυτές που το παιδί αρχίζει με το μεγαλύτερο αριθμό που του δίνεται (Μ-στρατηγικές). Οι Μ-στρατηγικές είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικές όταν ο μεγαλύτερος προσθετέος στο πρόβλημα είναι επίσης ο δεύτερος. Χρησιμοποιώντας αυτή τη διάκριση, ανακαλύψαμε μια επίδραση της σημασιολογικής δομής στο είδος των λεκτικών στρατηγικών μέτρησης που τα παιδιά χρησιμοποιούν για να λύσουν λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης. Το πρόβλημα σύνθεσης 1 («Ο Πέτρος έχει 3 μήλα· η Άννα έχει 7 μήλα· πόσα μήλα έχουν και οι δυο μαζί;») απέσπασε δεκαοκτώ Μ-στρατηγικές και μόνο δύο Π-στρατηγικές. Όμως, για το πρόβλημα μεταβολής 1 («Ο Πέτρος είχε 3 μήλα· η Άννα έδωσε στον Πέτρο 5 ακόμη μήλα· πόσα μήλα έχει ο Πέτρος τώρα;»), βρήκαμε την αντίθετη τάση: οκτώ Π και μόνο τέσσερις Μ-στρατηγικές. Θεωρούμε ότι αυτό το εύρημα μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: Καταστρώνοντας τη νοητική αναπαράσταση ενός προβλήματος πρόσθεσης που ξεκινά από τους δυο αριθμούς που δίνονται με μια αποτελεσματική Μ-στρατηγική, ζητείται από το παιδί να ανταλλάξει τις δυο ποσότητες που του δόθηκαν στην αναπαράσταση που έχει για το πρόβλημα. Αυτή η επαναδιοργάνωση του αρχικού προβλήματος είναι πιθανώς πιο φανερή αν τα δυο σύνολα έχουν την ίδια λειτουργία στο πρόβλημα, όπως στα προβλήματα σύνθεσης 1 (και τα δυο είναι υποσύνολα), απ' ό,τι αν η λειτουργία τους διαφέρει, όπως στα προβλήματα μεταβολής 1 (αρχικό σύνολο και μεταβαλλόμενο σύνολο) (βλ., επίσης, Riley κ.ά., 1983, σ. 185).

Αυτά τα αποτελέσματα που αφορούν τη σχέση ανάμεσα στη

σημασιολογική δομή των προβλημάτων πρόσθεσης και τις στρατηγικές επίλυσης των παιδιών συμπληρώνουν παρόμοια ευρήματα των Carpenter και Moser (1982), σε σχέση με τα προβλήματα αφαίρεσης, που επιβεβαιώθηκαν περαιτέρω και στα δικά μας δεδομένα (βλ. De Corte & Verschaffel, υπό έκδοση).

ΛΑΘΗ ΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΛΕΚΤΙΚΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Αναλύσαμε επίσης τη φύση και την προέλευση των λαθών που κάνουν τα παιδιά στα λεκτικά προβλήματα.

Προς το παρόν, πολλοί άνθρωποι, ερευνητές και δάσκαλοι, πιστεύουν ότι η βασική δυσκολία των παιδιών στα λεκτικά προβλήματα βρίσκεται στην επιλογή της κατάλληλης πράξης για να βρεθεί το άγνωστο στοιχείο στην κατάσταση του προβλήματος (Clements, 1980· Zweng, 1979). Τα λάθη στα δεδομένα μάς δείχνουν ότι αυτή η άποψη δεν αληθεύει για έναν μεγάλο αριθμό παιδιών, για τα οποία η μεγάλη δυσκολία βρίσκεται σ' ένα προηγούμενο στάδιο, συγκεκριμένα στην κατασκευή της κατάλληλης αναπαράστασης του προβλήματος. Επιπλέον, η ανάλυση αυτών των λαθών έδειξε ότι συχνά είναι ιδιαίτερα συστηματικά: είναι αποτέλεσμα λανθασμένων αντιλήψεων της κατάστασης του προβλήματος, που οφείλεται σε ανεπάρκεια της βάσης της αντιληπτικής γνώσης των παιδιών.

Πρόσφατα, μερικά από αυτά τα λάθη και τις παρανοήσεις έχουν επίσης περιγραφεί και σχηματοποιηθεί από άλλους ερευνητές (Briars & Larkin, 1984· Riley κ.ά., 1983). Εντούτοις ανακαλύψαμε κι άλλες ελλείψεις των παιδιών στις αναπαραστάσεις των προβλημάτων, που δεν έχουν αναφερθεί από άλλους ερευνητές (De Corte & Verschaffel, 1985a, 1985b). Αυτό θα το δείξουμε για τρία τυπικά λάθη των μαθητών της Α΄ τάξης στα προβλήματα σύνθεσης 2.

Κατά την πρώτη συνέντευξη, μερικά παιδιά ανταποκρίθηκαν μ' έναν ασυνήθιστο τρόπο στο πρόβλημα σύνθεσης 2 («Ο Πέτρος έχει 3 μήλα· η Άννα έχει επίσης μερικά μήλα· ο Πέτρος και η Άννα έχουν 9 μήλα και οι δυο μαζί· πόσα μήλα έχει η Άννα;»): Η απάντηση ενός παιδιού ήταν «μερικά μήλα», ένας άλλος μαθητής είπε «καναδυό», και η απάντηση ενός τρίτου ήταν «λίγα». Αν και αυτές οι απαντήσεις δεν είναι εντελώς λανθασμένες, είναι σίγουρα ακατάλληλες στο γενικό πλαίσιο επίλυσης των λεκτικών προβλημάτων του σχολείου. Οι απαντήσεις των παιδιών μπορούν να ερμηνευτούν, σε σχέση με την ανεπαρκή γνώση του σχήματος των λεκτικών προβλημάτων, ως μια συνιστώσα γνώση που έχει σχέση με τη δομή αυτών των προβλημάτων γενικά, το ρόλο τους και το σκοπό τους στην αριθμητική εκπαίδευση, και τους λανθάνοντες κανόνες και τις υποθέσεις που βρίσκονται σ' αυτό τον τύπο κειμένων. Συνεπώς, αυτά τα παιδιά δεν γνώριζαν τι ακριβώς τους ζητούσαν όταν αντιμετώπιζαν ένα τέτοιο λεκτικό κείμενο. Στην πρώτη και στη δεύτερη συνέντευξη, μερικά παιδιά της Α΄ τάξης απάντησαν στο πρόβλημα σύνθεσης 2 με το μεγαλύτερο αριθμό που τους δινόταν: το 9. Ο τρόπος που τα παιδιά επαναλάμβαναν το πρόβλημα, καθώς και η υλοποίηση της κατάστασης του προβλήματος, φανέρωσαν ότι αυτό το λάθος ήταν μια λογική και αναμενόμενη συνέπεια της λανθασμένης αναπαράστασης του προβλήματος. Πράγματι, παρερμήνευαν την τρίτη πρόταση («ο Πέτρος και η ΄Αννα έχουν 9 μήλα και οι δυο μαζί») με τον ακόλουθο τρόπο: «ο Πέτρος και η ΄Αννα έχουν και οι δυο 9 μήλα». Μ' άλλα λόγια, μια φράση που περιέχει τη λέξη «μαζί» θεωρήθηκε λανθασμένα ως μια πληροφορία που αφορούσε το ποσό που είχε το κάθε άτομο. Η λανθασμένη απάντηση 9, των παιδιών, ήταν λοιπόν μια προβλέψιμη συνέπεια της λανθασμένης τους ερμηνείας της τρίτης πρότασης. Η αναπαράστασή τους του προβλήματος περιλάμβανε ταυτόχρονα τις ακόλουθες πληροφορίες: (α΄) Η ΄Αννα έχει 9 μήλα, και (β΄) Εγώ πρέπει να βρω τον αριθμό των μήλων που έχει η ΄Αννα.

Στην πρώτη συνέντευξη δυο παιδιά απέτυχαν στο πρόβλημα σύνθεσης 2, όχι λόγω κάποιας παρανόησης μιας συγκεκριμένης λέξης ή έκφρασης στο προφορικό κείμενο, αλλά επειδή ερμήνευσαν κάθε πρόταση της ιστορίας ξεχωριστά, χωρίς να συνάγουν τις λανθάνουσες σημασιολογικά σχέσεις ανάμεσα στα σύνολα που εμφανίζονταν στο πρόβλημα. Ειδικότερα, τα παιδιά ερμήνευσαν το

πρόβλημα με τέτοιο τρόπο, ώστε η τρίτη πρόταση, «Ο Πέτρος και η ΄Αννα έχουν 9 μήλα και οι δύο μαζί», να εισάγει ένα σύνολο 9 μήλων –μοιρασμένο στον Πέτρο και την ΄Αννα–, που είναι διαφορετικό από τα σύνολα που έχουν από μόνοι τους ο Πέτρος και η ΄Αννα. Υπολογίζοντας αυτά τα δεδομένα, δεν μας εκπλήσσει το ότι τα παιδιά απέτυχαν να δώσουν τη σωστή απάντηση. Πράγματι, επειδή στην αναπαράστασή τους της κατάστασης του προβλήματος τα γνωστά και τα άγνωστα στοιχεία δεν συνδέονταν με αντιστοιχία σχέσης μέρους-όλου, δεν ήταν ικανά να προσδιορίσουν το άγνωστο μέρος. Προκύπτει βέβαια η ερώτηση: Γιατί τα παιδιά έφτιαξαν μια λανθασμένη αναπαράσταση του προβλήματος; Μία εύλογη ερμηνεία είναι ότι η λανθασμένη αναπαράσταση του προβλήματος από τα παιδιά που αρχίζουν την Α΄ τάξη προκλήθηκε από την πολύ πυκνή, και με μια έννοια ακόμη και ασαφή, διατύπωση του προβλήματος. Πράγματι, το λεκτικό κείμενο, όπως διαβαζόταν από τον ερευνητή, δεν αναφέρει με σαφή τρόπο ότι τα 13 μήλα του Πέτρου σχηματίζουν συγχρόνως ένα μέρος των 9 μήλων που ο Πέτρος και η ΄Αννα έχουν μαζί. Η σχέση μέρους-όλου ανάμεσα στα σύνολα του προβλήματος θα ήταν πιο ξεκάθαρη εάν το πρόβλημα ήταν διατυπωμένο ως εξής:

> Ο Πέτρος και η ΄Αννα έχουν 9 μήλα μαζί· τα 3 απ' αυτά ανήκουν στον Πέτρο και τα υπόλοιπα ανήκουν στην ΄Αννα. Πόσα μήλα έχει η ΄Αννα;

Σε μια σχετική μελέτη (De Corte, Verschaffel & De Win, 1985) βρήκαμε πράγματι ότι μια τέτοια επαναδιατύπωση των λεκτικών προβλημάτων, όπου οι υπονοούμενες σημασιολογικές σχέσεις γίνονται πιο σαφείς, διευκολύνει την κατανόηση και την επίλυση αυτών των προβλημάτων από τα μικρά παιδιά.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο άρθρο αυτό παρουσιάστηκαν και συζητήθηκαν μερικά βασικά ευρήματα μιας διαχρονικής μελέτης πάνω στις διαδικασίες επίλυσης που χρησιμοποιούν τα παιδιά σε απλά λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης. Έχουμε δείξει ότι αυτά τα αποτελέσματα συγκλίνουν, και κατά κάποιο τρόπο συμπληρώνουν, τα αποτελέσματα προηγούμενων θεωρητικών και εμπειρικών έργων. Επιπλέον, τα ευρήματά μας συμφωνούν με τις γενικότερες θεωρητικές αντιλήψεις γύρω από τη μάθηση και την εκπαίδευση που επικρατούν στη γνωστική ψυχολογία στην εποχή μας.

Πρώτον, τα ευρήματα που αφορούν την επίδραση της σημασιολογικής δομής των λεκτικών προβλημάτων πάνω στις δεξιότητες και στις διαδικασίες που τα παιδιά χρησιμοποιούν κατά την επίλυση των προβλημάτων, συμφωνούν με τα αποτελέσματα ερευνών που δείχνουν ότι η εννοιολογικά εξειδικευμένη κατά τομείς γνώση παίζει έναν σημαντικό ρόλο στην επίλυση προβλημάτων (Glaser, 1984· Resnick, 1983).

Δεύτερον, τα ευρήματα που αφορούν τις επινοήσεις των παιδιών στις αριθμητικές στρατηγικές μας δίνουν ενδείξεις που ενισχύουν την ονομαζόμενη εποικοδομητική (constructivist) προσέγγιση της μάθησης που ανακύπτει από πολλές πρόσφατες μελέτες σχετικά με την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων. Σ' αυτή την άποψη, έμφαση δίνεται στον σημαντικό ρόλο της ενεργητικής συμμετοχής και ερμηνείας που γίνεται από τον ίδιο το μαθητή όταν αποκτά κάποια νέα γνώση. Ο μαθητής δεν αντιμετωπίζεται ως ένας παθητικός αποδέκτης πληροφοριών, αλλά ως ένα υποκείμενο που χρησιμοποιεί ενεργά τις γνωστικές στρατηγικές και την προϋπάρχουσα γνώση του ώστε να τις δομήσει και να τις αφομοιώσει στο δικό του νοηματικό πλαίσιο (Carpenter, 1984· Resnick, 1983).

Τελικά, τα ευρήματα σχετικά με τα λάθη δείχνουν ότι οι λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών στα λεκτικά αριθμητικά προβλήματα δεν οφείλονται ως επί το πλείστον σε ανεύθυνη συμπεριφορά. Αντίθετα, είναι συνέπεια πολύ συστηματικών, αλλά και λανθασμένων, αντιλήψεων ή στρατηγικών. Το εύρημα ότι τα λάθη που κάνουν τα παιδιά έχουν νόημα και ακολουθούν κάποιους κανόνες, εμφανίζεται και σε πολλές άλλες πρόσφατες εργασίες πάνω στη μάθηση και την επίλυση προβλημάτων, και στα μαθηματικά και σε άλλους γνωστικούς τομείς (βλ. Brown & Burton, 1978· Carpenter, 1984· De Corte & Verschaffel, 1981· Resnick, 1983). Όλοι αυτοί οι ερευνητές έχουν δείξει ότι στις περισσότερες περιπτώσεις τα λάθη των παιδιών δεν είναι τυχαίες αποτυχίες, αλλά συστηματικές εφαρμογές λανθασμένων εννοιών και διαδικασιών – τους ονομαζόμενους μερικές φορές «ιούς» στην τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Με τον ίδιο τρόπο που τα παιδιά επινοούν σωστές στρατηγικές, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, με τον ίδιο τρόπο επινοούν λανθασμένες έννοιες και διαδικασίες για να λύσουν προβλήματα για τα οποία η γνώση και οι διαδικασίες που διαθέτουν είναι ανεπαρκείς. Αυτές οι επινοήσεις των παιδιών, που πηγάζουν από τις προσπάθειές τους να λύσουν προβλήματα που είναι πάνω από τις δυνατότητές τους, μολονότι είναι λανθασμένες, υποστηρίζουν ωστόσο τη θέση ότι η μάθηση είναι μια εποικοδομητική δραστηριότητα.

Τελικά, θα θέλαμε να υποστηρίξουμε ότι, σε σχέση με τις τελευταίες αυτές ιδέες, ισχύει η λατινική παροιμία «nihil novum sub sole» (ουδέν κρυπτόν υπό τον ήλιον). Οι θέσεις αυτές εμφανίστηκαν στην ευρωπαϊκή ψυχολογία στις αρχές του αιώνα μας. Για παράδειγμα, η άποψη της μάθησης ως μιας εποικοδομητικής δραστηριότητας υπάρχει στη δουλειά του Piaget (1952) και των ψυχολόγων όπως οι Wertheimer (1945) και Duncker (1945). Ο σημαντικός ρόλος της εξειδικευμένης κατά περιοχή γνώσης στην επίλυση προβλημάτων βρίσκεται στην καρδιά ενός μεγάλου μέρους της σοβιετικής έρευνας πάνω στη σκέψη (π.χ. Davydov, 1982), και ανατρέχει στη δουλειά του Vygotsky (1962), που τόνιζε ότι η διδασκαλία των επιστημονικών εννοιών κατέχει κυρίαρχη θέση στην ανάπτυξη της σκέψης. Τέλος, θέλουμε να αναφερθούμε στη δουλειά του Selz (1913, 1922), που έχει δείξει τη συστηματικότητα και τη σκοπιμότητα που υπάρχει στις διαδικασίες της σκέψης, καθώς και τη σπουδαιότητα των νοητικών αναπαραστάσεων (π.χ. η έννοια του «σχήματος») στην προσανατολισμένη σε στόχους σκέψη (βλ. επίσης Simon, 1981).

Οι προηγούμενες παρατηρήσεις δεν έχουν σκοπό να αναιρέσουν τη μεγάλη συνεισφορά της πρόσφατης γνωστικής ψυχολογίας στην κατανόηση των γνωστικών διαδικασιών. Πράγματι, χρησιμοποιώντας νέα εργαλεία και τεχνικές για ακριβέστερες αναλύσεις και περιγραφές που δεν διέθεταν οι οπαδοί του Piaget, της μορφολογικής ψυχολογίας και του Wurzburg, έχει γίνει σημαντική ανάπτυξη στην εξήγηση των γνωστικών φαινομένων και στην ανάπτυξη και αξιολόγηση μοντέλων μάθησης και σκέψης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Briars, D.J., & Larkin, J.H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1,* σσ. 245-296.

Brown, J.S., & Burton, R.R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science, 2,* σσ. 155-192.

Carpenter, T.P. (1984, Αύγουστος). *Research on children's learning of mathematics: Implications for instruction.* Paper presented at the Fifth International Congress on Mathematical Education, Adelaide, Australia.

Carpenter, T.P., & Moser, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. Στο T.P. Carpenter, J.M. Moser & T. Romberg (επιμ.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (σσ. 2-24). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Clements, M.A. (1980). Analyzing children's errors on written mathematical tasks. *Educational Studies in Mathematics, 11,* σσ. 1-21.

Davydov, V.V. (1982). The psychological structure and contents of the learning activity in school children. Στο R. Glaser & J. Lompscher (επιμ.), *Cognitive and motivational aspects of instruction* (σσ. 224-238). Amsterdam: North Holland Publishing Company.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1981). Children's solution processes in elementary arithmetic problems: Analysis and improvement. *Journal of Educational Psychology, 58,* σσ. 765-779.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985a). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behavior, 4,* σσ. 3-21.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985b, Μάρτιος). *An empirical validation of computer models of children's word problem solving.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (υπό έκδοση). The effect of semantic structure on first graders' solution strategies of elementary addition and subtraction word problems. *Journal of Research in Mathematics Education.*

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). The influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77,* σσ. 460-470.

De Corte, E., Verschaffel, L., & Verschueren, J. (1982). First graders' solution processes in elementary word problems. Στο A. Vermandel (επιμ.), *Proceedings of the Sixth Conference of the International Group for the Psychology of the Mathematics Education* (σσ. 91-96). Antwerpen: Universitaire Instelling Antwerpen.

Duncker, K. (1945). *Zur Psychologie des produktiven Denkens.* Berlin: Springer.

Glaser, R. (1984). Education and thinking. The role of knowledge. *American Psychologist, 39,* σσ. 93-104.

Greer, B. (υπό έκδοση). Understanding of arithmetical operations as models of situations. Στο J. Sloboda & D. Rogers (επιμ.), *Cognitive processes in mathematics.* Oxford: Oxford Press.

Heller, J.I., & Greeno, J.G. (1978, Μάιος). *Semantic processing of arithmetic word problem solving.* Paper presented at the Meeting of the Midwestern Psychological Association, Chicago.

Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. Στο T.P. Carpenter, J.M. Moser & T. Romberg (επιμ.), *Addition and subtraction. A cognitive perspective* (σσ. 25-28). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number.* New York: Norton.

Resnick, L.B. (1983). Toward a cognitive theory of instruction. Στο S. Paris, G. Olson & H. Stevenson (επιμ.), *Learning and motivation in the classroom* (σσ. 5-38). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Riley, M.S., Greeno J.G., & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. Στο H.P. Ginsburg (επιμ.), *The development of mathematical thinkins* (σσ. 153-196). New York: Academic Press.

Selz, O. (1913). *Ueber die Gesetze des geordneten Denkverlaufs (I).* Stuttgart: Spemann.

Selz, O. (1922). *Ueber die Gesetze des geordneten Denkverlaufs (II).* Bonn: Cohen.

Shalin, V.L., & Bee, N.V. (1985, Μάρτιος). *Structural differences between* *twostep word problems*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

Shavelson, R.J. (1981). Teaching mathematics: Contributions of cognitive research. *Educational Psychologist, 16*, σσ. 23-44.

Verschaffel, L. (1984). *Representatie-en oplossingsprocessen van eersteklassers bij aanvankelijke redactie-opgaven over optellen en aftrekken. Een theoretische en methodologische bijdrage op basis van een longitudinale, kwalitatief-psychologische studie (First graders' representations and solution processes on elementary addition and subtraction word problems. A theoretical and methodological contribution based on a longitudinal, qualitative-psychological investigation)*. Leuven: Seminarie voor Pedagogische Psychologie, Faculteit der Psychologie en Pedagogische Wetenschappen, K.U. Leuven.

Vygotsky, L.S. (1962). *Thought and language*. Cambridge, MA: MIT Press and Wiley. (Originally published in Russian in 1934).

Wertheimer, M. (1945). *Productive thinking*. New York: Harper and Brothers.

Zweng, M. (1979). The problem of solving story problems. *The Arithmetic Teacher, 27*, σσ. 2-3.