(Tech. Rep. No. 367). Urbana: University of Illinois, Center for the Study of Reading.

DiSessa, A. (1982). Unlearning aristotelian physics: A Study of knowledge based learning. *Cognitive science*, *6*, 47-75.

— (1988). Knowledge in pieces. In G. Forman and P.B. Puffal (Eds.), *Constructivism in the computer age*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hanson, N.R. (1958). *Experience and the growth of understanding*. London: Routledge and Keagan Paul.

Kuhn, T.S. (1962). *The Copernican revoloution*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

— (1970). *The Structure of scientific revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.

McCloskey, M. (1983). Naive theories of motion. In D. Gentner και A.L. Stevens (Eds.), *Mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Nussbaum, J. (1979). Children's conceptions of the earth as a cosmic body: A Cross-age study. *Science education*, *63*, 83-93.

Nussbaum, J., και Novak, J.D. (1976). An Assessment of children's concepts of the earth utilizing structural interviews. *Science education*, *60*, 535-550.

Sneider, C., και Poulos, S. (1983). Children's cosmographies: Understanding the earth's shape and gravity. *Science education*, *67*, 205-221.

Vosniadou, S. (1987, April). Children's acquisition and restructuring of science knowledge. In. N. Fredericksen (Chair), *Children's procedural knowledge in science. Symposium condusted at the annual meeting of the American Educational Research Association*, Washington, D.C.

Vosniadou, S., και Brewer, W.F. (1987). Theories of knowledge restructuring in development. *Review of educational research*, *57* (1), 51-67.

— (1989). A Cross-cultural investigation of knowledge acquisition in astronomy: Greek and american data. In H. Mandl, E. DeCorte, N. Bennett και H.C. Friedrich (Eds.), *Learning and instruction: European research in an international context* (vol II). Oxford: pergamon.

— (Submitted). *Mental models of the earth: A Study of conceptual change in childhood*.

White, B.Y. (1983). Sources of difficulty in understanding newtonian dynamics. *Cognitive science*, *7*, 41-65.

Wiser, M., και Carey, S. (1983). When heat and temperature were one. In D. Gentner και A.L. Stevens (Eds.), *Mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

M A R T I N H U G H E S

ΠΟΙΑ ΔΥΣΚΟΛΙΑ ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ;

Περίληψη

Οι Gelman και Gallistel (1978) έχουν δείξει ότι τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας έχουν περισσότερες γνώσεις για τις αρχές του αριθμού και τις λειτουργίες μετρήματος απ᾽ ό,τι ήταν παραδεκτό μέχρι τώρα. Γιατί όμως είναι τόσο δύσκολο για μερικά παιδιά να κατακτήσουν την αριθμητική όταν πάνε στο σχολείο; Στο άρθρο αυτό ο Hughes συζητά το σύστημα της αριθμητικής και περιγράφει μερικές νέες έρευνες για την κατανόηση και τη χρήση από το παιδί των αριθμητικών συμβόλων, προτάσεων και λειτουργιών. Μέρος της ισχύος του αριθμητικού συστήματος είναι ότι είναι πολύ αφηρημένο και δεν είναι προσκολλημένο σε συγκεκριμένα πλαίσια. Αλλά, όπως δείχνει ο Hughes, μπορεί να είναι τόσο αφηρημένο, ώστε τα μικρά παιδιά να αποτυχαίνουν ν᾽ αναγνωρίσουν το γεγονός ότι τα αριθμητικά σύμβολα μπορούν να αναφέρονται σε συγκεκριμένα πλαίσια. Έτσι, δεν καταλαβαίνουν ότι τα αριθμητικά σύμβολα μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να αναπαριστούν αντικείμενα, και ότι τα αριθμητικά σύμβολα και προτάσεις μπορεί να αναπαριστούν τις λειτουργίες που επιτελούνται στα αντικείμενα. Οι δυσκολίες των παιδιών μ᾽ αυτό που ο Hughes ονομάζει «τυπικό κώδικα της αριθμητικής» παρουσιάζονται πολύ καλά στις πρωτότυπες μελέτες που περιγράφονται σ᾽ αυτό το άρθρο.

Τα Μαθηματικά είναι σα να μαθαίνεις μια ξένη γλώσσα, Marcie. Δεν έχει σημασία τι λες, θα 'ναι λάθος έτσι κι αλλιώς.

Peanuts[1]

1. Γνωστός χαρακτήρας σε αμερικανική σειρά κόμιξ (Σ.τ.Ε.).

ΚΑΘΩΣ Η ΚΟΙΝΩΝΙΑ ΜΑΣ ΣΤΗΡΙΖΕΤΑΙ ΟΛΟ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣσότερο στην τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών, γίνεται πολύ σημαντικό το γεγονός ότι τα παιδιά θα πρέπει να μεγαλώσουν έχοντας μια βασική επίδοση και εξοικείωση με τους αριθμούς, και ότι θα πρέπει να αισθάνονται άνετα στον κόσμο των μετρήσεων και των υπολογισμών. Φυσικά, υπάρχουν πολλά παιδιά που αναπτύσσουν εύκολα μια σχέση με τους αριθμούς. Υπάρχουν όμως επίσης πολλά παιδιά που μοιράζονται τα συναισθήματα του Peanuts που αναφέρεται παραπάνω, και τα οποία πλησιάζουν τα αριθμητικά προβλήματα με ένα κράμα σύγχυσης και αδυναμίας. Μερικά απ' αυτά τα παιδιά μόλις και καταφέρνουν να περάσουν το σχολείο, χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές, κόλπα και εμπειρικούς κανόνες. Αυτά τα μέσα μπορεί να είναι αρκετά για να τους κάνουν να περάσουν τις εξετάσεις, αλλά παραμένουν ασαφή στα παιδιά. Άλλα παιδιά δεν κατορθώνουν ούτε κι αυτό, και παραμένουν σχεδόν εντελώς πελαγωμένα. Γιατί τα παιδιά βρίσκουν την αριθμητική τόσο δύσκολη; Γιατί μοιάζει σα μια ξένη γλώσσα σε τόσο πολλά παιδιά; Εδώ και αρκετά χρόνια, μια τυπική αντίδραση των εκπαιδευτικών σε τέτοιου είδους ερωτήσεις είναι ότι η τυπική αριθμητική έχει επιβληθεί στα παιδιά πολύ πριν αυτά να είναι εννοιολογικά έτοιμα για τέτοια μάθηση. Αυτή η θέση συχνά κατοχυρώνεται με την αναφορά στη δουλειά του Jean Piaget και των συνεργατών του στη Γενεύη.

Η ΠΙΑΖΕΤΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

Η ερμηνεία που δίνει ο Piaget για τις δυσκολίες των παιδιών με τον αριθμό μπορεί να βρεθεί σε διάφορα βιβλία και άρθρα τα οποία εκδόθηκαν σε μια περίοδο τριάντα ετών περίπου. Ένα άρθρο του Piaget όμως που άσκησε σημαντική επίδραση δημοσιεύτηκε το 1953 στο περιοδικό *Scientific American.* Αξίζει να παραθέσουμε τις δύο πρώτες παραγράφους αυτού του άρθρου:

> Είναι μεγάλο λάθος να υποθέσουμε ότι ένα παιδί κατακτά την έννοια του αριθμού και άλλων μαθηματικών εννοιών μόνο από διδασκαλία. Αντίθετα, μέχρι ένα σημαντικό βαθμό τις αναπτύσσει το παιδί μόνο

> του, ανεξάρτητα και αυθόρμητα. Όταν οι ενήλικοι προσπαθούν να επιβάλλουν μαθηματικές έννοιες σ' ένα παιδί πρόωρα, η μάθησή του είναι κυρίως λεκτική· η αληθινή κατανόησή τους έρχεται μόνο μαζί με τη νοητική ανάπτυξη του παιδιού.
>
> Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό εύκολα μ' ένα πείραμα. Ένα παιδί 5 ή 6 χρόνων μπορεί να διδάσκεται από τους γονείς του να μετράει από το ένα μέχρι το δέκα. Αν βάλουμε δέκα πέτρες σε μια σειρά, μπορεί να τις μετρήσει σωστά. Αλλά, αν οι πέτρες ξανατοποθετηθούν σ' ένα πιο πολύπλοκο σχήμα, ή συγκεντρωθούν όλες μαζί, δεν μπορεί πια να τις μετρήσει με μια συνεπή ακρίβεια. Αν και το παιδί ξέρει τα ονόματα των αριθμών, δεν έχει ακόμη κατανοήσει την ουσιαστική ιδέα τού αριθμού· δηλαδή, ότι ο αριθμός των αντικειμένων σε μια ομάδα παραμένει ο ίδιος, «διατηρείται», ανεξάρτητα από το πώς ανακατεύονται ή τοποθετούνται.

Αυτές οι παράγραφοι περιέχουν διάφορες χαρακτηριστικές πιαζετικές ιδέες. Βρίσκουμε εδώ, για παράδειγμα, την πεποίθηση ότι το να διδάξουμε τα παιδιά πριν αυτά είναι εννοιολογικά «έτοιμα» είναι σα να παράγει κανείς μόνο επιφανειακή μάθηση: ότι η αληθινή μάθηση έρχεται μόνο μαζί με τη νοητική ανάπτυξη του παιδιού, και ότι οι μαθηματικές έννοιες δεν μπορούν να διδαχτούν. Υπονοείται επίσης σα μια συνέπεια των παραπάνω ότι η μάθηση των μαθηματικών δεν είναι ουσιαστικά δύσκολη, γιατί είναι κάτι το οποίο τα παιδιά μπορούν, στο μεγαλύτερο τμήμα του, ν' αποκτήσουν «ανεξάρτητα και αυθόρμητα».

Στο κέντρο του επιχειρήματος του Piaget, ωστόσο, βρίσκεται η ιδέα της διατήρησης. Ο Piaget υποστηρίζει ότι, εάν τα παιδιά δεν μπορούν να διατηρήσουν τον αριθμό –δηλαδή εάν φαίνεται ότι τα παιδιά δεν καταλαβαίνουν πως ο αριθμός των αντικειμένων σε μια ομάδα παραμένει ο ίδιος, ανεξάρτητα του τρόπου με τον οποίο διευθετούνται τα αντικείμενα–, τότε δεν είναι ακόμη έτοιμα ν' αρχίσουν με τη σχολική αριθμητική. Πραγματι, ο Piaget προτείνει ότι οι δάσκαλοι δεν θα πρέπει να εμπιστεύονται μια οποιαδήποτε φανερή ικανότητα –όπως είναι το μέτρημα– που τα μικρά παιδιά φέρνουν μαζί τους στο σχολείο: εάν τα παιδιά δεν είναι σε θέση να διατηρούν, τότε αυτή η φανερή γνώση μοιάζει να είναι «κυρίως λεκτική» μάθηση αποστήθησης.

Πολλές απ' αυτές τις ιδέες έχουν γίνει ευρέως αποδεκτές από τους εκπαιδευτικούς που ασχολούνται με τις πρώτες μαθηματικές έννοιες. Για παράδειγμα, η ιδέα ότι οι μαθηματικές έννοιες αποκτώνται διαμέσου της νοητικής ανάπτυξης του παιδιού –και ειδικά με δραστηριότητες που αφορούν συγκεκριμένα αντικείμενα– έχει γίνει αποδεκτή στην πραγματικότητα ως αξίωμα από τους περισσότερους δασκάλους παιδικών σταθμών και νηπιαγωγείων. Η πλειοψηφία των μαθηματικών προγραμμάτων του νηπιαγωγείου αρχίζουν με πολύ συγκεκριμένες δραστηριότητες, όπως ν' αναγνωρίζουν ένα-ένα τα αντικείμενα ή να τα ξεχωρίζουν σε σύνολα. Αυτές οι δραστηριότητες έχουν σκοπό ν' αναπτύξουν στο μικρό παιδί τη γενική έννοια του αριθμού, όπως καταμετρείται από ένα πιαζετικό τέστ διατήρησης. Μόνο όταν τα παιδιά φαίνεται να έχουν κατανοήσει την ιδέα της διατήρησης του αριθμού θεωρούνται ότι είναι έτοιμα ν' αρχίσουν την πρόσθεση και την αφαίρεση.

ΝΕΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΠΑΙΔΙΟΥ ΤΗΣ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ

Εάν τα παιδιά έρχονται στο σχολείο με τόσο περιορισμένη κατανόηση για την έννοια του αριθμού, όπως προτείνει ο Piaget, τότε ολοφάνερα δεν είναι επιθυμητό να συνεχίσουν σα να ήταν πιο προχωρημένα. Ωστόσο, ενώ οι ιδέες του Piaget ασκούν όλο και μεγαλύτερη επίδραση στην εκπαίδευση της πρώτης παιδικής ηλικίας, έχουν προκαλέσει και μια έντονη κριτική στους κύκλους της αναπτυξιακής ψυχολογίας (Donaldson, 1978· Gelman και Gallistel, 1978). Ειδικά, υπάρχει, πια, μια σειρά από σημαντικά δεδομένα που δείχνουν ότι τα παιδιά, όταν αρχίζουν το σχολείο, δεν έχουν τόσο περιορσμένη γνώση για τις έννοιες του αριθμού όπως υποστηρίζει ο Piaget.

Αρκετά απ' αυτά τα δεδομένα αναφέρονται στον ισχυρισμό του Piaget ότι τα παιδιά που αρχίζουν το σχολείο δεν καταλαβαίνουν, στο σύνολό της, την ιδέα ότι ο αριθμός διατηρείται όταν ένα σύνολο αντικειμένων μετατοπίζεται ή επανατοποθετείται. Για να καταλάβουμε αυτές τις κριτικές, χρειάζεται να δούμε τη φύση τού ίδιου του έργου της διατήρησης. Σ' αυτό που γενικά θεωρείται σαν η «τυπική» διαδικασία διατήρησης αριθμού, ένα μικρό παιδί αντιμετωπίζει δύο ταυτόσημες σειρές αντικειμένων που είναι τοποθετημένα με μια αντιστοιχία ένα προς ένα (Piaget, 1952). Σχεδόν όλα τα παιδιά θα συμφωνήσουν σ' αυτό το στάδιο ότι οι δύο σειρές περιέχουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων. Το κρίσιμο τμήμα του έργου έρχεται μετά. Ο ενήλικος μετατοπίζει τη μια από τις δύο σειρές, έτσι ώστε τώρα να έχει μεγαλύτερο μήκος (ή μικρότερο) από την άλλη, και ρωτάει το παιδί αν οι δύο σειρές εξακολουθούν να έχουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων. Ο Piaget βρήκε ότι παιδιά μικρότερα των έξι ή επτά ετών δεν διατηρούν, κατά κανόνα, τις κρίσεις τους, αλλά λανθασμένα λένε ότι η μια σειρά περιέχει περισσότερα αντικείμενα από την άλλη. Μόνο όταν τα παιδιά γίνουν έξι ή επτά χρονών θα αποκτήσουν την έννοια της διατήρησης· δηλαδή θα απαντήσουν ότι οι σειρές εξακολουθούν να έχουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων, παρόλη τη μετατόπιση των αντικειμένων.

Υπάρχει μια αποδεκτή σε μεγάλο βαθμό συμφωνία ότι τα παιδιά όντως αντιδρούν στο τυπικό τεστ διατήρησης του αριθμού με τον τρόπο που περιγράφει ο Piaget. Αμφισβητείται όμως, όλο και πιο πολύ, αν αυτό το τυπικό τεστ εξετάζει στην πραγματικότητα αυτό που υποστηρίζει ότι εξετάζει. Διάφορες έρευνες συνέκριναν το τυπικό τεστ –σύμφωνα με το οποίο ο ενήλικος μετατοπίζει τη μία σειρά μ' έναν προσχεδιασμένο τρόπο– με εναλλακτικά τεστ, στα οποία η μετατόπιση είναι ή «τυχαία» ή «περιστασιακή» (McGarrigle και Donaldson, 1974· Light κ.ά., 1979· Neilson και Dockrell, 1982). Σε καθεμιά απ' αυτές τις έρευνες, σημαντικά περισσότερα παιδιά έδωσαν τη σωστή απάντηση στο εναλλακτικό τεστ, παρά στο τυπικό τεστ. Φαίνεται ότι μερικά παιδιά, ενώ αποτυχαίνουν στο τυπικό τεστ διατήρησης, κατανοούν καλά τη διατήρηση του αριθμού.

Πιο άμεσες ενδείξεις ότι τα μικρά παιδιά διαθέτουν έννοιες για τον αριθμό με συνοχή προέρχονται από τη δουλειά της Rochel Gelman και των συνεργατών της στην Αμερική (Gelman, 1972· Gelman και Gallistel, 1978· Gelman και Tucker, 1975). Πολλά από τα δεδομένα της Gelman προέρχονται από μελέτες που χρησιμοποιούν ένα ευφυές «μαγικό» παιχνίδι. Σ' αυτό το παιχνίδι, τα παιδιά αναπτύσσουν μια προσδοκία ότι μια συγκεκριμένη διάταξη θα περιέχει, για παράδειγμα, τρία αντικείμενα. Η διάταξη κατόπιν αλλάζει κρυφά μ' έναν από δύο τρόπους. Στη μια συνθήκη προστίθενται ή αφαιρούνται αντικείμενα από τη διάταξη, ενώ στη δεύτερη συνθήκη τα αντικείμενα απλώς επαναδιευθετούνται. Και στις δύο περιπτώσεις, καταγράφεται προσεκτικά η αντίδραση των παιδιών στην αλλαγή της διάταξης.

Με βάση τις «μαγικές» έρευνές της, η Gelman ισχυρίζεται ότι ακόμη και τριών χρονών παιδιά καταλαβαίνουν το αμετάβλητο των διατάξεων που περιέχουν μικρούς αριθμούς αντικειμένων (τρία αντικείμενα ή λιγότερα). Δηλαδή, τα παιδιά φαίνεται ότι καταλαβαίνουν πως η μετατόπιση αντικειμένων σε μια διάταξη δεν μεταβάλλει τον αριθμό των αντικειμένων, όπως η πρόσθεση ή η αφαίρεση αντικειμένων. Ενώ αυτή η θέση δεν είναι ακριβώς το ίδιο πράγμα όπως η ιδέα του Piaget για τη διατήρηση (βλ. Silverman κ.ά., 1979, για περαιτέρω συζήτηση αυτού του σημείου), φαίνεται ότι η πιαζετική θεωρία δεν θα μπορούσε να εξηγήσει εύκολα τα ευρήματα της Gelman.

Η Gelman υποστηρίζει επίσης ότι πολλά παιδιά τριών και τεσσάρων ετών καταλαβαίνουν την ιδέα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Κατά τη διάρκεια ενός «μαγικού» παιχνιδιού, παιδιά που αντιλαμβάνονται ότι έχουν μετακινηθεί αντικείμενα από μια διάταξη συνήθως μπορούν να πουν ότι πρέπει να προστεθούν περισσότερα αντικείμενα εάν είναι να «διορθωθεί» το παιχνίδι (δηλαδή να επανέλθει στην αρχική του συνθήκη), και συχνά μπορούν να πουν πόσα αντικείμενα χρειάζονται να προστεθούν για να γίνει αυτό. Πάλι, ένας ισχυρισμός αυτού του είδους δεν ταιριάζει εύκολα με την πεποίθηση του Piaget ότι παιδιά κάτω των έξι ή επτά ετών δεν κατανοούν στην πραγματικότητα την πρόσθεση ή την αφαίρεση (Piaget, 1952, σ. 190).

Αυτό που ισχυρίζεται η Gelman, ότι τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας καταλαβαίνουν την πρόσθεση και την αφαίρεση, βασίζεται σε κάπως έμμεσες μαρτυρίες: δεν ζήτησε στην έρευνά της από τα παιδιά να εκτελέσουν στην πράξη προσθέσεις ή αφαιρέσεις. Πιο άμεσες μαρτυρίες προέρχονται από μια έρευνα που έκανα πρόσφατα στο Εδιμβούργο (Hughes, 1981). Σ' αυτή την έρευνα, δόθηκε σε 60 παιδιά, ηλικίας μεταξύ τριών και πέντε ετών, μια ποικιλία απλών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης, που είχαν διάφορες μορφές. Σ' ένα έργο, τα παιδιά έβλεπαν τον ερευνητή να βάζει και να αφαιρεί τούβλα από ένα κουτί. Ο ερευνητής μετά ρωτούσε τα παιδιά πόσα τούβλα υπήρχαν κάθε φορά στο κουτί. Για παράδειγμα, τα παιδιά μπορεί να ήξεραν πως στην αρχή υπήρχαν 3 τούβλα στο κουτί και μπορεί να βλέπανε τα δύο τούβλα που αφαιρούνταν από το κουτί, αλλά δεν βλέπανε ό,τι είχε απομείνει στο κουτί. Αυτό που έπρεπε να κάνουν ήταν να υπολογίσουν ότι είχε μείνει ένα μόνο τούβλο. Όπως η Gelman, βρήκα ότι, όταν οι αριθμοί ήταν μικροί (ένα, δύο, τρία ή μηδέν), τότε η επίδοση των παιδιών ήταν εκπληκτικά καλή (83% σωστές απαντήσεις). Η επίδοση των παιδιών ήταν επίσης καλή (62% σωστές απαντήσεις) όταν έπρεπε να κάνουν σε μια υποθετική μορφή απλές προσθέσεις και αφαιρέσεις (π.χ., «Εάν υπάρχουν 3 παιδιά σ' ένα ζαχαροπλαστείο και φύγουν τα δύο, πόσα παιδιά θα μείνουν στο μαγαζί;»). Πάνω από το ένα τέταρτο των παιδιών μπορούσαν επίσης να κάνουν παρόμοιες προσθέσεις και αφαιρέσεις όταν οι αριθμοί ήταν κάπως μεγαλύτεροι (πέντε, έξι, επτά κι οκτώ).

Τέτοιου είδους ευρήματα ενισχύουν πολύ τη θέση της Gelman ότι τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας διαθέτουν «ένα συνεκτικό σύνολο αρχών για να συλλογίζονται λογικά όσον αφορά τον αριθμό», ιδιαίτερα όταν οι αριθμοί αυτοί είναι μικροί. Τα περισσότερα παιδιά που πλησιάζουν την ηλικία του σχολείου καταλαβαίνουν το αμετάβλητο του αριθμού και μπορούν να κάνουν απλές προσθέσεις κι αφαιρέσεις όταν οι αντίστοιχοι αριθμοί είναι μικροί. Επιπλέον, μια αρκετά μεγάλη αναλογία παιδιών παρουσιάζει παρόμοιες επιδόσεις με λίγο μεγαλύτερους αριθμούς. Ενώ αυτές οι ικανότητες προφανώς δεν είναι τόσο πολυσύνθετες όσο οι αντίστοιχες των μεγαλύτερων παιδιών ή των ενηλίκων, ωστόσο αποκαλύπτουν έναν εντυπωσιακό βαθμό ικανότητας των πολύ μικρών παιδιών.

Εάν αυτά τα συμπεράσματα είναι σωστά, τότε χρειάζεται να ξανασκεφτούμε γιατί τα μικρά παιδιά μπορεί ν' αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τη σχολική αριθμητική. Η πιαζετική εξήγηση είναι ότι τα μικρά παιδιά έρχονται σ' επαφή πολύ νωρίς με την τυπική αριθμητική, σε μια ηλικία που τους λείπει μια συνεκτική έννοια του αριθμού. Φαίνεται όμως τώρα πως τα παιδιά που αρχίζουν το σχολείο δεν είναι τόσο ανεπαρκή σχετικά με τον αριθμό όσο είχε συμπεράνει ο Piaget. Εάν όμως ισχύει αυτό, τότε προκύπτει ένα ακόμη μεγαλύτερο αίνιγμα: εάν τα παιδιά είναι πιο αποτελεσματικά από την αρχή, γιατί τόσο πολλά παιδιά εξακολουθούν να έχουν δυσκολίες στη μάθηση της σχολικής αριθμητικής;

Μερικά στοιχεία γι' αυτό το πρόβλημα προέρχονται από την έρευνα για την πρόσθεση και την αφαίρεση που ανέφερα πιο μπροστά (Hughes, 1981). Από την ίδια έρευνα προέρχονται και τα έργα που ήδη περιγράφτηκαν – τα οποία περιέχουν τα τούβλα σε κουτιά και τα παιδιά στο ζαχαροπλαστείο. Κάναμε επίσης ερωτήσεις, στα παιδιά, «σχολικής αριθμητικής», όπως: «Πόσο κάνουν ένα και δύο;» Τα περισσότερα παιδιά βρήκαν αυτές τις ερωτήσεις εξαιρετικά δύσκολες: γενικά, μόνο το 10% περίπου των ερωτήσεων τέτοιου είδους απαντήθηκαν σωστά. Παρόμοιες δυσκολίες προέκυψαν όταν οι ερωτήσεις διατυπώθηκαν λίγο διαφορετικά. Δηλαδή: «Πόσα είναι ένα και δύο;» ή: «Πόσα είναι ένα κι ακόμα δύο;» Φαίνεται, μ' άλλα λόγια, ότι, ενώ τα περισσότερα παιδιά που πλησιάζουν την ηλικία του σχολείου ξέρουν ότι ένα τούβλο που προστίθεται σε δύο τούβλα κάνουν τρία τούβλα, πολύ λίγα μπορούν ν' απαντήσουν ερωτήσεις του τύπου «ένα συν δύο».

Καταρχήν, αυτό το αποτέλεσμα δεν φαίνεται να προκαλεί μεγάλη έκπληξη. Ερωτήσεις του τύπου «ένα συν δύο» διαισθητικά όντως φαίνονται πιο δύσκολες από εκείνες του τύπου «ένα τούβλο και δύο τούβλα». Αλλά σε τι ακριβώς συνίσταται αυτή η δυσκολία;

Η πρώτη επισήμανση είναι ότι ερωτήσεις όπως: «Πόσο κάνουν ένα και δύο;» είναι εντελώς ανοίκειες στα περισσότερα παιδιά της προσχολικής ηλικίας. Σύμφωνα με τους Corran και Walkerdine (1981), μια τέτοια χρήση της γλώσσας συμβαίνει πολύ σπάνια σε συζητήσεις ανάμεσα στα τετράχρονα παιδιά και τη μητέρα τους στο σπίτι. Όταν λέξεις για αριθμούς όπως «ένα» και «δύο» όντως παρουσιάζονται, σχεδόν πάντα, χωρίς εξαίρεση, αναφέρονται σε αντικείμενα: «Ένα φλιτζάνι», «Δυο κουτάλια» κ.ο.κ. Οι Corran και Walkerdine προτείνουν ότι οι ερωτήσεις όπως: «Πόσο κάνουν ένα και δύο;» αποτελούν μέρος μιας πολύ περιορισμένης μορφής συζήτησης – την οποία θα ονομάσω *ο τυπικός κώδικας της αριθμητικής*. Αντίθετα από την κανονική γλώσσα, αυτό τον τυπικό κώδικα το παιδί δεν θα τον αποκτήσει μόνο με τη συμμετοχή του σε καθημερινές συνομιλίες, αλλά θα πρέπει να τον μάθει στο πιο τυπικό περιβάλλον του σχολείου. Το αξιοπερίεργο όμως είναι ότι μερικά παιδιά της προσχολικής ηλικίας φαίνεται να έχουν επίγνωση αυτού του γεγονότος. Ένα κορίτσι τεσσάρων χρονών που ρωτήθηκε σε μια έρευνα πόσο κάνουν ένα και δύο απάντησε ότι δεν μπορούσε ν' απαντήσει σε ερωτήσεις όπως αυτή, επειδή «δεν πήγαινε ακόμα σχολείο».

Η δεύτερη επισήμανση σχετικά με τον τυπικό κώδικα της αριθμητικής είναι ότι οι προτάσεις του κώδικα είναι *ελεύθερες πλαισίου*. Δεν αναφέρονται σε κάποιο ειδικό αντικείμενο ή σε μια οντότητα, δεν αναφέρονται δηλαδή σε οτιδήποτε συγκεκριμένα. Ωστόσο, αυτή ακριβώς η ιδιότητα είναι που κάνει την αριθμητική ένα τόσο δυνατό εργαλείο για τη σκέψη και για τη λύση των προβλημάτων. Ο τυπικός κώδικας της αριθμητικής είναι ουσιαστικά ένα μέσο αναπαράστασης, στο οποίο λέξεις όπως «ένα και δύο» μπορεί ν' αναπαριστούν ή να αντιπροσωπεύουν ένα μεγάλο εύρος αντικειμένων: ένα τούβλο, δυο σπίτια κλπ. Αυτό που έχει σημασία είναι η ποσότητα και όχι η φύση των αντικειμένων. Προτάσεις όπως «ένα και δύο κάνουν τρία» αντλούν τη δύναμή τους απ' αυτήν ακριβώς τη μεγάλη γενικότητα. Δεν αναφέρονται σε οτιδήποτε ειδικά, ωστόσο είναι σχετικές με περίπου το καθετί.

Φαίνεται, πάντως, ότι η ελεύθερη πλαισίου φύση των αριθμητικών προτάσεων είναι η μεγαλύτερη πηγή δυσκολίας για τα παιδιά. Στον παρακάτω διάλογο ο Ram (τεσσάρων χρονών και επτά μηνών) εκφράζει ξεκάθαρα τον προβληματισμό του:

ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσα είναι τρία κι ακόμα ένα; Πόσο κάνουν τρία κι ένα ακόμα;
ΠΑΙΔΙ: Τρία και τι; ένα τι; Γράμμα – μήπως αριθμός;
[Προηγουμένως παίξαμε ένα παιχνίδι με μαγνητικούς αριθμούς κι ο Ram προφανώς αναφέρεται σ' αυτούς].
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσο κάνουν τρία κι ακόμα ένα;
ΠΑΙΔΙ: Ένα ακόμα από τι;
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Απλώς ένα ακόμα, ξέρεις;
ΠΑΙΔΙ: Δεν ξέρω. [Τσατισμένο].

Αυτές οι παρατηρήσεις δίνουν μια νέα προοπτική για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα μικρά παιδιά όταν για πρώτη φορά συναντάνε την τυπική αριθμητική. Το πρόβλημα δεν είναι ότι τα μικρά παιδιά δεν έχουν καθόλου τις έννοιες των αριθμών, γιατί είπαμε ήδη ότι αυτό δεν ισχύει. Το πρόβλημα μάλλον είναι ότι συναντούν έναν καινούργιο κώδικα, ή ένα σύστημα αναπαράστασης, που κάλλιστα μπορεί να είναι σα μια ξένη γλώσσα για τα παιδιά. Εάν προχωρήσουμε λίγο παραπάνω αυτή την αναλογία, βλέπουμε ότι εκείνο που τα παιδιά χρειάζονται είναι διαδικασίες για να *μεταφράζουν* τους τρόπους αναπαράστασης που ήδη έχουν σ' αυτή την καινούργια γλώσσα. Μ' άλλα λόγια, το πρόβλημα συνίσταται στη δημιουργία διασυνδέσεων ανάμεσα στην καινούργια, τυπική γλώσσα της αριθμητικής και τη γνώση που έχουν για τον αριθμό. Ένα ερώτημα προφανούς σπουδαιότητας είναι εάν τα παιδιά μπορούν να δημιουργήσουν αυτές τις διασυνδέσεις από μόνα τους ή εάν χρειάζονται βοήθεια. Η έρευνα που περιγράψαμε νωρίτερα (Hughes, 1981) προτείνει ότι τα περισσότερα παιδιά της προσχολικής ηλικίας δεν μεταφράζουν αυθόρμητα τις ερωτήσεις του τυπικού κώδικα, όπως: «Πόσο κάνουν ένα και δύο;», σε μια πιο συγκεκριμένη μορφή. Όταν τους δίνονταν αυτές οι «ουρανοκατέβατες» ερωτήσεις, συνήθως απαντούσαν δίνοντας έναν αριθμό, όπως «έξι», που δεν έχει καμιά φανερή σχέση με την ερώτηση. Πολύ λίγα παιδιά φαίνεται να συλλογίζονται με τον παρακάτω τρόπο: «Έστω ότι δεν ξέρω πόσο κάνουν ένα και δύο, ξέρω όμως ότι ένα τούβλο και δυο τούβλα κάνουν τρία τούβλα· έτσι, η απάντηση ίσως είναι τρία». Φυσικά, δεν θα περίμενε κανείς από παιδιά της

προσχολικής ηλικίας να εκφράζουν το πρόβλημα λεκτικά μ' αυτό τον τρόπο ακριβώς, αλλά η σκέψη τους θα μπορούσε να είχε ακολουθήσει αυτή την κατεύθυνση.

Κάτι τέτοιο φαίνεται, εκ πρώτης όψεως, εντελώς απίθανο να γίνει από ένα μικρό παιδί. Μια ομάδα όμως μικρών παιδιών έκαναν κάτι παρόμοιο σε μια έρευνα που έγινε από τον Bob Grieve και μένα (Hughes και Grieve, 1980). Σ' αυτή την έρευνα, παιδιά ηλικίας πέντε έως επτά χρονών έπρεπε να απαντήσουν σε ερωτήσεις όπως: «Είναι το κόκκινο μεγαλύτερο από το κίτρινο;» Θέλαμε να δούμε πώς θ' αντιδρούσανε τα μικρά παιδιά όταν τα ρωτούσαμε ερωτήσεις που σε μας φαίνονταν παράξενες. Με έκπληξη βρήκαμε ότι σχεδόν όλα τα παιδιά αντιμετώπισαν αυτές τις ερωτήσεις σοβαρά και κατασκεύασαν νοήματα γι' αυτές. Μια τακτική που χρησιμοποιούσαν συχνά ήταν να τοποθετούν τις ερωτήσεις σ' ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Για παράδειγμα, ένα παιδί, αφού κοίταξε γύρω στο δωμάτιο, έδωσε μετά την απάντηση, ότι το κίτρινο ήταν μεγαλύτερο από το κόκκινο «επειδή εκείνο το κόκκινο μαξιλάρι είναι μικρότερο από κείνη-εκεί την κίτρινη κουρτίνα».

Εάν τα παιδιά μεταφράζουν αυθόρμητα σε συγκεκριμένο πλαίσιο ασυνήθιστες ερωτήσεις που αναφέρονται στο χρώμα, θα ήταν λογικό να υποθέσουμε ότι θα μπορούσαν να ενθαρρυνθούν να κάνουν το ίδιο με ασυνήθιστες ερωτήσεις για τον αριθμό. Σε μια προσπάθεια να διευκολύνω αυτή τη διαδικασία, παρουσίασα σε παιδιά της προσχολικής ηλικίας ερωτήσεις του τυπικού κώδικα είτε αμέσως πριν είτε αμέσως μετά από ερωτήσεις για συγκεκριμένα αντικείμενα. Ακόμη και μ' αυτή τη διαδικασία όμως, τα παιδιά σπάνια μεταφράζανε από το ένα είδος των ερωτήσεων στο άλλο. Ο παρακάτω διάλογος με την Amanda (τριών χρονών και έντεκα μηνών) είναι τυπικός αυτής της προσέγγισης:

ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσα είναι δύο κι ένα;
ΠΑΙΔΙ: [Μακριά παύση: καμιά αντίδραση].
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Λοιπόν, πόσα τούβλα είναι δύο τούβλα κι ένα τούβλο;
ΠΑΙΔΙ: Τρία.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Εντάξει... Λοιπόν, πόσα είναι δύο κι ένα;
ΠΑΙΔΙ: [Παύση]. Τέσσερα; [Διστακτικά].

ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσα είναι ένα τούβλο κι άλλο ένα τούβλο;
ΠΑΙΔΙ: Δύο τούβλα.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Λοιπόν, πόσα είναι ένα κι ένα;
ΠΑΙΔΙ: Ένα, ίσως.

Η Amanda ξεκάθαρα δεν βλέπει καμιά σχέση ανάμεσα στις ερωτήσεις του τυπικού κώδικά και στις ερωτήσεις για τα τούβλα. Πράγματι, φαίνεται ότι χρησιμοποιεί μια στρατηγική όταν δίνει μια *διαφορετική* αντίδραση στις ερωτήσεις του τυπικού κώδικα. Είναι σα να σκέφτεται: «Δεν καταλαβαίνω αυτή την ερώτηση, αλλά ξέρω ότι δεν είναι το ίδιο με την προηγούμενη, έτσι θα δοκιμάσω μια διαφορετική απάντηση».

Δοκίμασα επίσης μιαν άλλη προσέγγιση, που τονίζει το κοινό στοιχείο σε ολόκληρες σειρές ερωτήσεων για την πρόσθεση συγκεκριμένων αντικειμένων. Κι αυτή η προσέγγιση όμως ήταν εξίσου ανεπιτυχής. Το παιδί στο παρακάτω παράδειγμα είναι ο Patrick (τεσσάρων χρονών και ενός μηνός):

ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσα είναι δύο κι ακόμα ένα;
ΠΑΙΔΙ: Τέσσερα.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Λοιπόν, πόσα είναι δύο γλειφιτζούρια κι ακόμα ένα;
ΠΑΙΔΙ: Τρία.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσοι είναι δύο ελέφαντες κι ακόμα ένας;
ΠΑΙΔΙ: Τρεις.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσες είναι δυο καμηλοπάρδαλεις κι ακόμα μια;
ΠΑΙΔΙ: Τρεις.
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Λοιπόν, πόσα είναι δύο κι ακόμα ένα;
ΠΑΙΔΙ: [Κοιτάζοντας τον ενήλικο στα μάτια]. Έξι.

Είναι ενδιαφέρον ότι τα παιδιά θεωρούν τις ερωτήσεις που περιλαμβάνουν λέξεις για χρώματα πιο εύκολο να τις μεταφράσουν σε συγκεκριμένα πλαίσια από κείνες που περιλαμβάνουν λέξεις για αριθμούς. Αυτό μπορεί ν' αντανακλά κάποια καθολική ιδιότητα του αριθμού σαν ένα αφηρημένο σύστημα, ή μπορεί να είναι μια ιδιαίτερη ιδιότητα των δικών μας λέξεων για τους αριθμούς, όπως «ένα» και «δύο». Σε μερικές κοινωνίες, για παράδειγμα, η σύνδεση ανάμεσα στις λέξεις αριθμών και στον αριθμό που αντιπροσωπεύουν γίνεται πιο άμεσα. Ο Menninger (1969) περιγράφει ένα αρχαϊ-

κό ινδικό σύστημα στο οποίο η λέξη για το «ένα» ήταν η ίδια με τη λέξη για το «φεγγάρι»· η λέξη για το «δύο» η ίδια μ' εκείνη για τα «μάτια»· για το «τέσσερα» η ίδια μ' εκείνη για τον «αδελφό» (στην ινδική μυθολογία ο Ράμα έχει τρεις αδελφούς)· η λέξη για το «επτά» η ίδια μ' αυτή για το «κεφάλι» (το κεφάλι έχει επτά ανοίγματα) κλπ. Είναι πιθανόν ότι θα ήταν πολύ πιο εύκολο για τα μικρά παιδιά να μαθαίνουν την τυπική αριθμητική εάν το δικό μας σύστημα αριθμών περιείχε παρόμοιες διασυνδέσεις ανάμεσα στις λέξεις για αριθμούς και σε συγκεκριμένα αντικείμενα.

ΓΡΑΠΤΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με την τυπική αριθμητική στην προφορική της μορφή· δηλαδή όταν εκφράζεται με λεκτικές προτάσεις όπως: «Ένα και δύο κάνουν τρία»· ή: «Αν πάρεις από τα τρία τα δύο μένει το ένα». Αλλά αυτές οι ίδιες προτάσεις μπορούν, φυσικά, να αναπαρασταθούν σε γραπτή μορφή, όπως η παρακάτω:

$$1 + 2 = 3$$

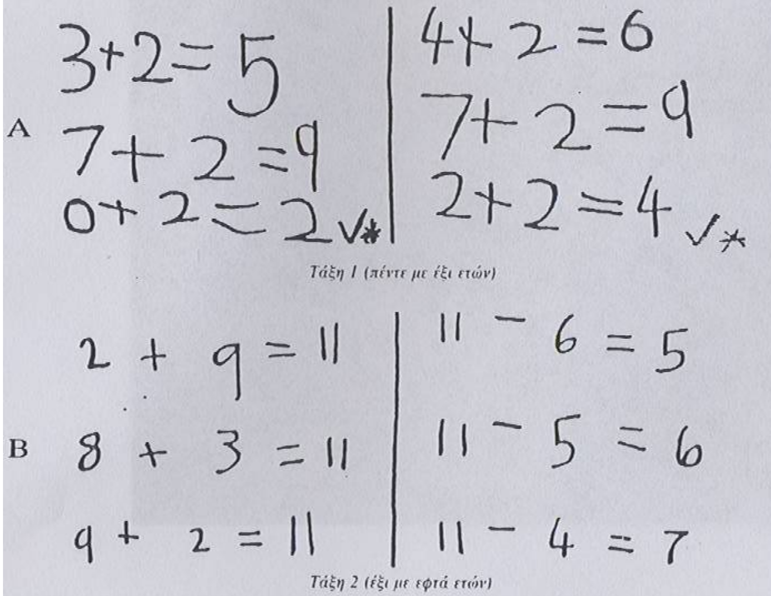
ή

$$3 - 2 = 1$$

Η ηλικία κατά την οποία τα παιδιά εισάγονται σ' αυτού του είδους το γραπτό συμβολισμό ποικίλλει από χώρα σε χώρα και από σχολείο σε σχολείο. Τα παιδιά των οποίων η δουλειά παρουσιάζεται παρακάτω στο Σχήμα 1 παρακολουθούσαν ένα κοινωνικά μικτό σχολείο στο Εδιμβούργο, την ευθύνη του οποίου είχε η τοπική αυτοδιοίκηση. Προς το τέλος του πρώτου χρόνου τους στο σχολείο (ηλικία πέντε με έξι χρόνια) τα παιδιά άρχιζαν με απλές προσθέσεις όπως εκείνες που φαίνονται στο Σχήμα 1Α. Μέχρι το τέλος του δεύτερου χρόνου τους στο σχολείο (ηλικία έξι με επτά χρόνια) μπορούσαν να παράγουν τις πιο σύνθετες προσθέσεις κι αφαιρέσεις που φαίνονται στο Σχήμα 1Β.

Το ενδιαφέρον μας για το τι έκαναν τα παιδιά στο τετράδιό τους των ασκήσεων προέκυψε από μια μελέτη των αυθόρμητων γραπτών τους αναπαραστάσεων για απλές έννοιες του αριθμού. Σ' αυτή την έρευνα, που έγινε από τη Miranda Jones κι εμένα, θέλαμε να δούμε πώς τα παιδιά θα αναπαρίσταναν γραπτά, χωρίς καμιά προτροπή από το μέρος μας, βασικές αριθμητικές έννοιες, όπως είναι ο απόλυτος αριθμός (ο αριθμός των αντικειμένων σε μια ομάδα), η πρόσθεση κι η αφαίρεση. Ιδιαίτερα, θέλαμε να δούμε εάν θα χρησιμοποιούσαν τον συμβατικό συμβολισμό (1, 2, 3, +, –, = κλπ.) που είχαν διδαχθεί, και τον οποίο χρησιμοποιούσαν στα τετράδιά τους των ασκήσεων, ή εάν θα χρησιμοποιούσαν δικές τους, πιο ιδιοσυγκρασιακές μεθόδους.

Δόθηκαν σε μια ομάδα 72 παιδιών ηλικίας από πέντε έως επτά χρονών τρία έργα με τυχαία σειρά. Στο έργο *των απόλυτων αριθμών*, τοποθετήθηκε πάνω σ' ένα τραπέζι ένα σύνολο τούβλων, που ο αριθμός τους ήταν από 1 έως 6. Δόθηκαν στο παιδί χαρτί και μολύβι και του ζητήθηκε να δείξει πόσα τούβλα ήταν στο τραπέζι.

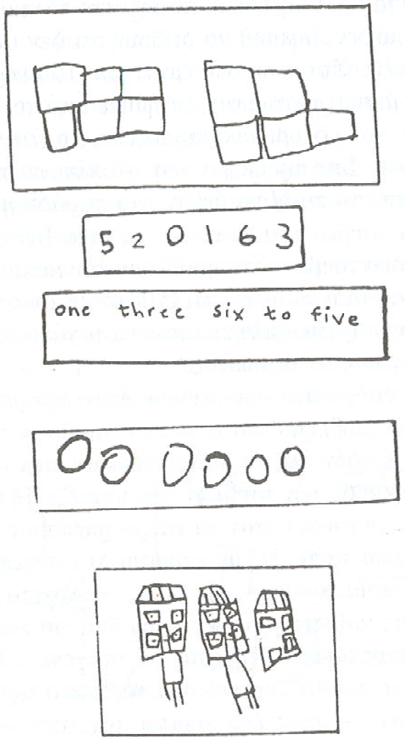


Σχήμα 1: Σελίδες από τα τετράδια ασκήσεων των παιδιών.

Σ' αυτό το έργο ζητήθηκε επίσης από τα παιδιά να αναπαραστήσουν το μηδέν: δηλαδή να δείξουν ότι δεν υπήρχαν τούβλα πάνω στο τραπέζι. Στα άλλα δύο έργα, *των ολοκληρωμένων λειτουργιών* και του *μετασχηματισμού,* ζητήθηκε από τα παιδιά να παράγουν με χαρτί και μολύβι αναπαραστάσεις απλών προσθέσεων και αφαιρέσεων. Στο πρόβλημα *των ολοκληρωμένων λειτουργιών,* ζητήθηκε από το παιδί να δείξει, για παράδειγμα, ότι αρχικά υπήρχαν τρία τούβλα στο τραπέζι, ότι μετά έφυγε ένα τούβλο, κι ότι μείνανε δύο τούβλα. Στο πρόβλημα του *μετασχηματισμού,* ζητήθηκε από το παιδί να δείξει ότι ένας συγκεκριμένος αριθμός τούβλων προστέθηκε ή αφαιρέθηκε από ένα μεγάλο σωρό τούβλων, που ο αριθμός του ήταν άγνωστος.

Οι αντιδράσεις των παιδιών ήταν εξαιρετικά ενδιαφέρουσες. Γενικά το πρόβλημα των απόλυτων αριθμών παρουσίασε λίγες δυσκολίες. Σχεδόν όλα τα παιδιά έδωσαν μιαν ακριβή αναπαράσταση του αριθμού των τούβλων στο τραπέζι. Η πιο συχνή αντίδραση (45% του συνόλου) ήταν το να ζωγραφίσουν απλώς τον απαιτούμενο αριθμό τούβλων, με επόμενη πιο συχνή (38%) να γράφουν τους τυπικούς αριθμούς (1, 2, 3,...). Αρκετά παιδιά ζωγράφισαν ξεχωριστές κάθετες γραμμές ή σημάδια για κάθε τούβλο, ενώ άλλα ζωγράφισαν ασαφή σχήματα, σα σταγόνες. Το ενδιαφέρον είναι ότι μερικά παιδιά ζωγράφισαν το σωστό αριθμό κάποιου άλλου αντικειμένου – όπως ένα κορίτσι που είπε: «Θα ζωγραφίσω σπίτια», και ζωγράφισε τρία σπίτια να αναπαραστούν τρία τούβλα (βλ. Σχήμα 2 για παραδείγματα αυτών των αντιδράσεων).

Τα δύο έργα που είχαν την αναπαράσταση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης αποδείχτηκαν πολύ πιο δύσκολα. Στο πρόβλημα *των ολοκληρωμένων λειτουργιών* κανένα παιδί οποιασδήποτε ηλικίας δεν ήταν σε θέση να παράγει μια επαρκή αναπαράσταση οποιασδήποτε λειτουργίας, ενώ η πιο κοινή αντίδραση (69%) ήταν το να αναπαριστούν απλώς τον τελικό αριθμό των τούβλων στο τραπέζι. Περιμέναμε ότι αυτό το έργο θα ήταν δύσκολο, επειδή απαιτούσε από το παιδί να αναπαραστήσει τρεις διαφορετικές ποσότητες (την αρχική ποσότητα, το μετασχηματισμό και την τελική ποσότητα). Γι' αυτό το λόγο συμπεριλάβαμε και το έργο του *μετα-*



Daniel (5:11)

Leigh (6:11)

Kashif (7:4)

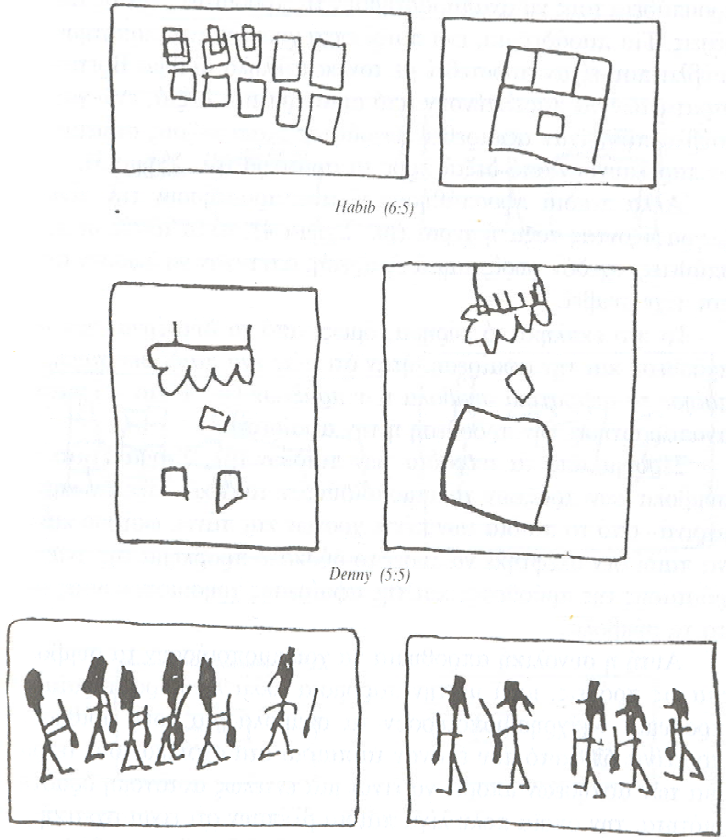
Emma (5:2)

Pamela (5:1)

Σχήμα 2: Αντιδράσεις στο έργο των απόλυτων αριθμών.

σχηματισμού, στο οποίο απαιτείτο από το παιδί ν' αναπαραστήσει ένα μοναδικό ανασχηματισμό – τι έγινε στο σωρό. Η έκπληξή μας ήταν ότι το έργο του *μετασχηματισμού* αποδείχτηκε το ίδιο δύσκολο (το 69% του συνόλου των αντιδράσεων) όπως και των *ολοκληρωμένων λειτουργιών*. Τα περισσότερα παιδιά αναπαραστήσανε σωστά τον αριθμό των τούβλων που προστέθηκαν η αφαιρέθηκαν, αλλά πολύ λίγα αναπαραστήσανε εαν είχε συμβεί πρόσθεση ή αφαίρεση. Μόνο έντεκα παιδιά κατάφεραν να διαφοροποιήσουν με τις αντιδράσεις τους την πρόσθεση από την αφαίρεση, και μόνο

τέσσερα το έκαναν μ' έναν τρόπο που θα μπορούσε να γίνει κατανοητός κι από οποιονδήπτε άλλο. Ένα παιδί επτά χρονών έγραψε: «Αφαιρέθηκε 1», ή: «Πρόσθεσες 3», ενώ ένα παιδί έξι χρόνων ζωγράφισε τα τούβλα που προστέθηκαν να είναι πάνω στο σωρό κι αυτά που αφαιρέθηκαν να είναι μέσα στο κουτί (βλ. Σχήμα 3).



Habib (6:5)

Denny (5:5)

Scott (7:7)

Σχήμα 3: Προσπάθειες διαφοροποίησης της πρόσθεσης από την αφαίρεση.

Ένα παιδί πέντε χρονών ζωγράφισε ένα χέρι να προσθέτει τούβλα στο σωρό, ενώ τα τούβλα που αφαιρέθηκαν ζωγραφίστηκαν να είναι μέσα στο κουτί (βλ. Σχήμα 3). Τέλος, ένα άλλο παιδί πέντε χρονών ζωγράφισε τα τούβλα που προστέθηκαν, αλλά σχεδίασε παύλες για να δείξει αυτά που αφαιρέθηκαν.

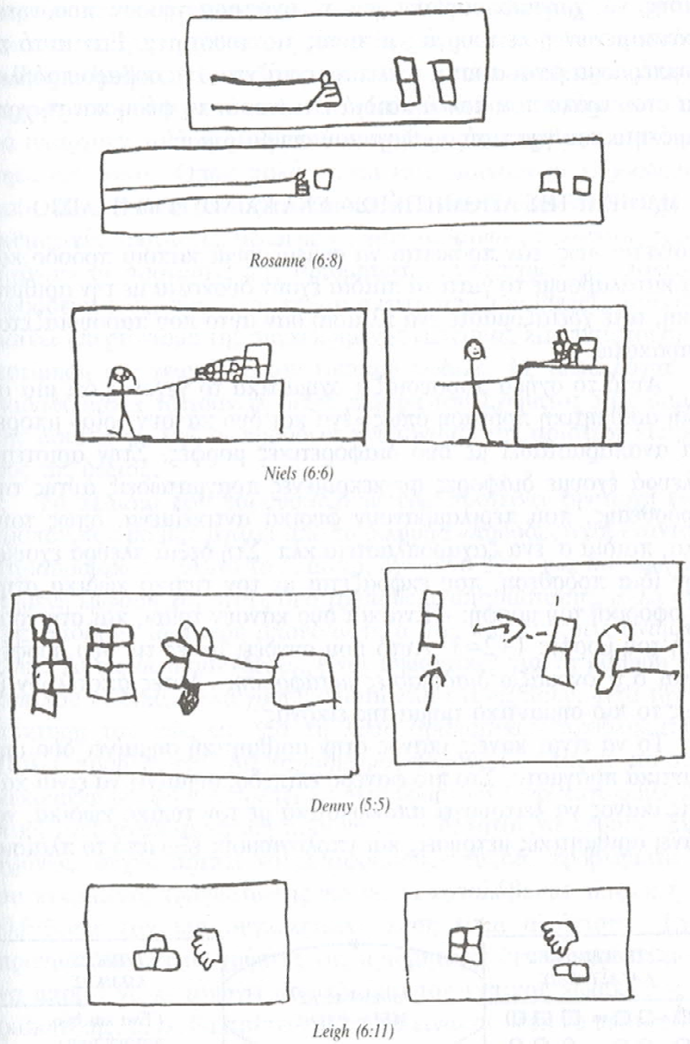
Μερικά παιδιά δημιούργησαν ευφυέστατα ευρήματα, στην προσπάθεια τους να αναπαραστήσουν τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις. Για παράδειγμα, ένα παιδί επτά χρονών αναπαράστησε τα τούβλα που είχαν προστεθεί με τον κατάλληλο αριθμό Βρετανών στρατιωτών να παρελαύνουν από αριστερά στα δεξιά, ενώ για τα τούβλα που είχαν αφαιρεθεί ζωγράφισε Γιαπωνέζους στρατιώτες να παρελαύνουν από δεξιά προς τα αριστερά (βλ. Σχήμα 3).

Άλλα παιδιά προσπάθησαν ν' αναπαραστήσουν την κίνηση ζωγραφίζοντας τόξα ή χέρια (βλ. Σχήμα 4), αλλά αυτές οι προσπάθειες, σχεδόν χωρίς καμιά εξαίρεση, απέτυχαν να δώσουν αυτό που είχε συμβεί.

Το πιο εκπληκτικό εύρημα, όμως, από τα δύο έργα, για την πρόσθεση και την αφαίρεση, ήταν ότι *ούτε ένα παιδί δεν χρησιμοποίησε τα συμβατικά σύμβολα των πράξεων* (=, + και –) για να αναπαραστήσει την πρόσθεση ή την αφαίρεση.

Ξέρουμε από τα τετράδια των παιδιών (βλ. Σχήμα 1) ότι τα σύμβολα των πράξεων χρησιμοποιούνταν τακτικά –σχεδόν καθημερινά– από τα παιδιά των πέντε χρονών και πάνω, ωστόσο κανένα παιδί δεν σκέφτηκε να λύσει το δύσκολο πρόβλημα της αναπαράστασης της πρόσθεσης και της αφαίρεσης χρησιμοποιώντας αυτά τα σύμβολα.

Αυτή η συνολική απροθυμία να χρησιμοποιήσουν τα σύμβολα για τις πράξεις, μαζί με την παρόμοια αλλά λιγότερο ακραία απροθυμία να χρησιμοποιήσουν τα σύμβολα για τους αριθμούς, προτείνει ότι αυτό που έκαναν τα παιδιά στα σχολικά τους τετράδια των ασκήσεων μπορεί να είναι μια εντελώς αυτόνομη δραστηριότητα, την οποία πολύ λίγα παιδιά βλέπουν ότι είναι σχετική με το έργο που καλούνται να εκτελέσουν. Μ' άλλα λόγια, πολλά παιδιά δεν φαίνεται να αντιλαμβάνονται ότι τα αριθμητικά σύμβολα που χρησιμοποιούν στα τετράδια των ασκήσεών τους μπορούν ε-



Σχήμα 4: Προσπάθειες να δείξουν κίνηση κατά την αναπαράσταση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.

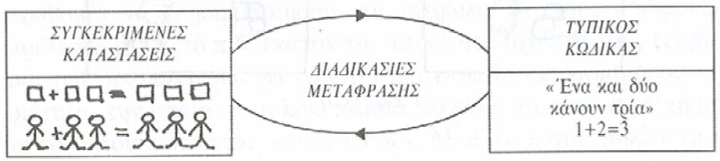
πίσης να χρησιμοποιηθούν για ν' αναπαραστήσουν ποσότητες αντικειμένων ή λειτουργίες μ' αυτές τις ποσότητες. Εάν αυτό το συμπέρασμα είναι σωστό, τότε παρουσιάζεται ένα σοβαρό πρόβλημα στον τρόπο που πολλά παιδιά κατανοούν τη φύση και τη χρησιμότητα του γραπτού αριθμητικού συμβολισμού.

Η ΜΑΘΗΣΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ – ΕΝΑ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Φαίνεται πως, εάν πρόκειται να σημειώσουμε κάποια πρόοδο και να καταλάβουμε το γιατί τα παιδιά έχουν δυσκολία με την αριθμητική, τότε χρειαζόμαστε ένα πλαίσιο σαν αυτό που παρουσιάζεται παρακάτω.

Αυτό το σχήμα παρουσιάζει σχηματικά το γεγονός ότι μια απλή αριθμητική πρόταση όπως «ένα και δύο κάνουν τρία» μπορεί να αναπαρασταθεί με δύο διαφορετικές μορφές. Στην αριστερή πλευρά έχουμε διάφορες συγκεκριμένες πραγματώσεις αυτής της πρόσθεσης, που περιλαμβάνουν φυσικά αντικείμενα, όπως τούβλα, παιδιά σ' ένα ζαχαροπλαστείο κλπ. Στη δεξιά πλευρά έχουμε την ίδια πρόσθεση, που εκφράζεται με τον τυπικό κώδικα στην προφορική του μορφή: «Ένα και δύο κάνουν τρία», και στη γραπτή του μορφή: 1+2=3. Αυτό που συνδέει αυτές τις δύο μορφές είναι ό,τι ονομάζω *διαδικασίες μετάφρασης*. Αυτές αποτελούν ίσως το πιο σημαντικό τμήμα της εικόνας.

Το να είναι κανείς ικανός στην αριθμητική σημαίνει δύο σημαντικά πράγματα. Στο πιο φανερό επίπεδο, σημαίνει να είναι κανείς ικανός να λειτουργεί αποκλειστικά με τον τυπικό κώδικα, να κάνει αριθμητικές μετρήσεις και υπολογισμούς έξω από το πλαίσιο



Σχήμα 5

οποιωνδήποτε συγκεκριμένων πραγματώσεων. Αυτή η πλευρά της ικανότητας στην αριθμητική τονίστηκε πάρα πολύ με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας, και είναι αυτό που σήμερα εννοούν οι άνθρωποι όταν λένε να ξαναγυρίσουμε «πίσω στα βασικά». Αλλά υπάρχουν πολύ περισσότερα πράγματα στην αριθμητική ικανότητα απ' αυτό. Όπως πολύ σωστά επισημαίνουν οι «προοδευτικοί», δεν θέλουμε απλώς τα παιδιά να ανακατεύουν στην τύχη αριθμητικές προτάσεις: θέλουμε *να καταλαβαίνουν* τι κάνουν, τι *σημαίνουν* οι προτάσεις της αριθμητικής. Δυστυχώς, για πολλούς προοδευτικούς, που είναι επηρεασμένοι από τον Piaget, αυτό σημαίνει υπερτονισμό της συγκεκριμένης εμπειρίας και αντίστοιχη υποτίμηση του χειρισμού του τυπικού κώδικα. Μ' άλλα λόγια, οι παραδοσιακοί τόνισαν τη δεξιά πλευρά του Σχήματος 5 εις βάρος της αριστερής, ενώ οι προοδευτικοί τόνισαν την αριστερή εις βάρος της δεξιάς.

Το πλαίσιο που παρουσιάζουμε εδώ προτείνει την αρχή ενός τρόπου που θα μας βγάλει από το δίλημμα «προοδευτικοί εναντίον παραδοσιακών». Αυτό το πλαίσιο, όχι μόνο θέτει μια πιο ισορροπημένη έμφαση *και στους δύο* τρόπους αναπαράστασης, αλλά επίσης αποδίδει ιδιαίτερη σπουδαιότητα στις διασυνδέσεις ανάμεσά τους. Αυτές οι διασυνδέσεις είναι σημαντικές για τη μάθηση του τυπικού κώδικα, αλλά χρησιμοποιούνται επίσης πολύ, μετά την απόκτηση του κώδικα, για τη λύση αριθμητικών προβλημάτων. Πολλά προβλήματα, για παράδειγμα, παρουσιάζονται σε μια συγκεκριμένη μορφή και πρέπει να μεταφραστούν στην κατάλληλη τυπική τους αναπαράσταση πριν να είναι δυνατόν να λυθούν. Συγχρόνως, συχνά πρέπει να μεταφράσουμε τυπικά προβλήματα σε συγκεκριμένες πραγματώσεις για να τα καταλάβουμε πλήρως ή να ελέγξουμε εάν μια συγκεκριμένη λύση είναι αξιόπιστη. Ένας πραγματικά ικανός χρήστης της αριθμητικής δεν θα πρέπει μόνο να μπορεί να λειτουργεί στα πλαίσια του τυπικού κώδικα της αριθμητικής, αλλά θα πρέπει επίσης να είναι σε θέση να μεταφράζει άνετα ανάμεσα στις τυπικές και τις συγκεκριμένες αναπαραστάσεις του ίδιου προβλήματος.

Σύμφωνα μ' αυτή την ανάλυση, η ικανότητα να μεταφράζεις ανάμεσα σε διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασης είναι ουσιαστικής σπουδαιότητας για την επίδοση στην αριθμητική. Ωστόσο, πολλές από τις έρευνες που έχουν περιγραφεί νωρίτερα προτείνουν ότι αυτό ακριβώς είναι που τα παιδιά βρίσκουν δύσκολο. Είδαμε ότι μερικά παιδιά της προσχολικής ηλικίας θα μεταφράσουν αυθόρμητα ερωτήσεις του τυπικού κώδικα σε συγκεκριμένες καταστάσεις τις οποίες μπορούν να καταλάβουν – ακόμη κι όταν, όπως στην περίπτωση της Amanda και του Patrick, αυτές οι τυπικές ερωτήσεις γίνονται αμέσως πριν ή αμέσως μετά από ερωτήσεις που αναφέρονται σε συγκεκριμένες καταστάσεις. Προφανώς, η μετάφραση που περιλαμβάνει αριθμούς δεν είναι εύκολη για τα πολύ μικρά παιδιά. Ούτε όμως φαίνεται ότι και τα παιδιά του δημοτικού σχολείου την έχουν πλήρως κατανοήσει. Παρόλο που ήταν σε θέση να γεμίζουν σελίδες ολόκληρες των τετραδίων τους με σύνολα πρόσθεσης κι αφαίρεσης, πολλά παιδιά ήταν ακόμη απρόθυμα ν' αναπαραστήσουν συγκεκριμένα γεγονότα με αριθμητικά σύμβολα. Το γεγονός ότι είναι κανείς ικανός να χειριστεί τον τυπικό κώδικα δεν εγγυάται, όπως θα φαινόταν, ότι ο χρήστης κατανοεί τι αντιπροσωπεύει ο κώδικας που χρησιμοποιεί.

ΠΩΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΒΟΗΘΗΣΟΥΜΕ

Μια σημαντική συνέπεια αυτού του επιχειρήματος είναι ότι το να μάθει κανείς αριθμητική δεν είναι μια διαδικασία που αποκτιέται χωρίς κόπο. Αντίθετα, όταν ζητάμε από τα μικρά παιδιά να κατακτήσουν έναν καινούργιο, ελεύθερο-πλαισίου κώδικα, τους ζητάμε να κάνουν κάτι που έρχεται σε αντίθεση με τον «φυσικό» τρόπο σκέψης. Και όχι μόνο αυτό: τους ζητάμε να κινηθούνε συγχρόνως προς δύο κατευθύνσεις. Από τη μια, προσπαθούμε ν' απελευθερώσουμε τη σκέψη τους από το συγκεκριμένο, να τους φέρουμε σε επαφή με τη δύναμη και τη χρησιμότητα ενός τρόπου σκέψης που είναι ελεύθερος-πλαισίου. Αλλά, συγχρόνως, θέλουμε να αποφύγουμε να το κάνουμε μ' έναν τρόπο που αποκόπτει όλες τις διασυνδέσεις με το συγκεκριμένο, διότι αυτές οι διασυνδέσεις είναι ουσιαστικές για την κατανόηση της αναπαραστικής φύσης του τυπικού κώδικα.

Πρέπει, τότε, να δεχτούμε ότι, καθώς εισαγάγουμε τα μικρά στην τυπική αριθμητική, απαιτούμε συγχρόνως πολλά πράγματα απ' αυτά. Πώς όμως το έργο αυτό μπορεί να γίνει πιο εύκολο; Ποιες αρχές και τεχνικές μπορούμε να δώσουμε, που θα μπορούσαν να κάνουν πιο επιτυχή τη διαδικασία;

Κάποιοι τρόποι που θα μπορούσαν να βοηθήσουν τα παιδιά προκύπτουν από μια έρευνα που έκανα πρόσφατα. Ο στόχος αυτής της έρευνας ήταν να παρουσιάσει αριθμητικά σύμβολα σε τετράχρονα παιδιά με τη χρήση απλών παιχνιδιών. Ο σκοπός μου ήταν διπλός. Ήθελα να δω αν ήταν δυνατόν ένα τέτοιο εγχείρημα, αν τα μικρά παιδιά μπορούσαν καν να καταλάβουν την έννοια του να χρησιμοποιεί κανείς σύμβολα. Αλλά ενδιαφερόμουν επίσης να καταλάβω πώς είναι δυνατό να εισάγει κανείς τα σύμβολα: ήθελα να βρω έναν τρόπο να τα παρουσιάσω, που δεν θα προκαλούσε μόνο ευχαρίστηση στο παιδί, αλλά θα έδινε επίσης μια ξεκάθαρη λογική τού γιατί χρησιμοποιούνται τα σύμβολα, και γιατί θα μπορούσαν να βοηθήσουν το παιδί.

Αυτό το σημείο θα ξεκαθαρίσει περισσότερο καθώς θα περιγράφω τα παιχνίδια. Το βασικό σκηνικό αποτελείται από έναν αριθμό ταυτόσημων τενεκεδένιων κουτιών που περιείχαν «γλυκά» σε διαφορετικούς αριθμούς (στην πραγματικότητα, τούβλα τυλιγμένα σε ασημόχαρτο). Στο παιδί δείχνουμε ότι το ένα κουτί έχει ένα γλυκό, ένα άλλο κουτί έχει δύο γλυκά κλπ. Σκεπάζουμε πάλι τα κουτιά με τα καπάκια τους και μετά ανακατεύουμε κυκλικά τα κουτιά. Ζητάμε από το παιδί να μαντέψει ποιο είναι το κουτί που περιέχει το ένα γλυκό, κλπ. Μετά από μερικούς γύρους κατά τους οποίους το παιδί μαντεύει, ο ενήλικος παρουσιάζει ένα σύνολο πλαστικών αριθμών που έχουν ένα μαγνήτη στην πίσω πλευρά τους, και προτείνει στο παιδί να τους κολλήσει στα κουτιά για να τα ξεχωρίζει. Τα περισσότερα παιδιά με τα οποία δούλεψα αποδέχτηκαν αυτή την πρόταση. Μερικά παιδιά αντέδρασαν όπως κι ένας ενήλικος, με το να κολλήσουν τον αριθμό 1 στο κουτί που περιείχε ένα γλυκό, τον αριθμό 2 σ' αυτό με τα δύο γλυκά κλπ. Το ενδιαφέρον γεγονός όμως είναι ότι άλλα παιδιά συχνά χρησιμοποιούν τους μαγνητικούς αριθμούς με μιαν αντιστοιχία ένα προς ένα με τους αριθμούς: κολλάνε έναν αριθμό –δεν έχει σημασία ποιον– στο κουτί που περιέχει ένα γλυκό, δύο αριθμούς στο κουτί που περιέχει δύο γλυκά κλπ. Οποιαδήποτε μορφή αντίδρασης κι αν χρησιμοποιούν, σχεδόν όλα τα παιδιά φαίνεται να καταλαβαίνουν ότι οι αριθμοί τους βοηθάνε να διαφοροποιήσουν τα κουτιά. Όπως το διατύπωσε ο Graig (τεσσάρων χρονών και τριών μηνών): «Είναι εύκολο τώρα, γιατί βάζουμε τους αριθμούς πάνω στα κουτιά!»

Όταν τα παιδιά καταφέρουν να χρησιμοποιούν τους μαγνητικούς αριθμούς για ν' αναπαριστούν τον αριθμό των γλυκών, το παιχνίδι μπορεί να επεκταθεί για να εισαγάγει τα σύμβολα των πράξεων (+ και –). Σε μια παραλλαγή, για παράδειγμα, το παιδί κλείνει τα μάτια του, ενώ ο ενήλικος βάζει μερικά επιπλέον γλυκά σ' ένα από τα κουτιά. Ο ενήλικος, όμως, αφήνει ένα μήνυμα πάνω στο καπάκι του κουτιού για να δείξει τι έκανε. Για παράδειγμα, μπορεί να βάζει +1 για να δείξει ότι έχει προσθέσει ακόμη ένα γλυκό.

Ο παρακάτω διάλογος προέρχεται από ένα παιχνίδι με τον Thomas (τεσσάρων χρονών ακριβώς). Αρχίσαμε με τον αριθμό 1 στο κουτί κι ένα γλυκό μέσα. Του εξήγησα πως, εάν μετά βάλω ακόμη ένα γλυκό στο κουτί, θ' αφήσω τα σημάδια + και 1 πάνω στο καπάκι· εάν βάλω δύο επιπλέον γλυκά, θ' αφήσω το +2 κλπ. Ενώ τα μάτια του Thomas ήταν κλειστά, έβαλα ακόμη ένα γλυκό στο κουτί και πρόσθεσα τα σημάδια +1. Το κουτί είχε τώρα 1+1 στο καπάκι.

ΠΑΙΔΙ: [Μαντεύει με τα μάτια κλειστά]. Τρία!
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Άνοιξε τα μάτια σου.
ΠΑΙΔΙ: [Παρατηρεί το 1+1 στο κουτί]. Είπα τρία! [Φαίνεται να καταλαβαίνει ότι η υπόθεσή του ήταν λάθος].
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Πόσα γλυκά έβαλα μέσα;
ΠΑΙΔΙ: Δύο... [Παύση]. Ένα στην αρχή [δείχνει το 1 στην αριστερή πλευρά] και μετά έβαλες δύο [δείχνει το 1 στη δεξιά πλευρά].
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Όχι, δεν το έβαλα.
ΠΑΙΔΙ: Έβαλες ακόμα ένα!
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Έβαλα ακόμα ένα.
ΠΑΙΔΙ: Που κάνει δύο!

Ο Thomas αντικαθιστά το 1+1 με το 2 και κλείνει πάλι τα μάτια του. Βάζω ακόμη δύο γλυκά και το +2 στο κουτί: το κουτί έχει τώρα το 2+2 στο καπάκι.

ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Άνοιξε τα μάτια σου. Πόσα έβαλα αυτή τη φορά;
ΠΑΙΔΙ: [Κοιτάζει το 2+2 στο κουτί]. Αυτό κάνει τρία... Γιατί άρχισες με δύο και μετά έβαλες ακόμα ένα... Δύο. [Προβληματίζεται με το +2].
ΕΝΗΛΙΚΟΣ: Έβαλα δύο ακόμα, έτσι δεν είναι;
ΠΑΙΔΙ: Έβαλες δύο ακόμα, άρα υπάρχουν τέσσερα!

Ενώ ο Thomas δεν είναι εντελώς άνετος με την ανάγνωση και την ερμηνεία του μηνύματος στα κουτιά, φαίνεται να έχει κατανοήσει μερικές από τις ιδέες που περιέχονται. Φαίνεται να καταλαβαίνει ότι ένα μήνυμα μπορεί να μας πει για γεγονότα που έχουν συμβεί στο παρελθόν: δεν είναι ακόμη έτοιμος, φαίνεται, να κυριαρχήσει στη σύμβαση ότι τέτοιου είδους μηνύματα διαβάζονται τυπικά από τα αριστερά προς τα δεξιά. Είναι επίσης ενδιαφέρον να δούμε το πώς αποστασιοποιεί τον εαυτό του από το να σκέφτεται για τα γλυκά· αντίθετα, ασχολείται με τους αριθμούς. Στον παραπάνω διάλογο, ο Thomas δεν αναφέρεται ούτε μια φορά στα «γλυκά», αλλά αντίθετα χρησιμοποιεί όρους όπως «άρχισες με δύο», «έβαλες μέσα ακόμη δύο» και «έτσι έχουμε τέσσερα».

Ο Thomas προφανώς έχει πολύ δρόμο ακόμη για να είναι αποτελεσματικός με την αριθμητική. Ωστόσο, παιχνίδια σαν κι αυτά είναι σημαντικά για να δείξουν δύο σημεία. Πρώτον, δείχνουν ότι ακόμη και πριν να πάνε στο σχολείο τα παιδιά μπορούν να κατανοήσουν τις αρχές του αριθμητικού συμβολισμού, εφόσον είμαστε προσεχτικοί στο να παρουσιάσουμε τα σύμβολα με κατάλληλο τρόπο. Αλλά πιο σημαντικό είναι, ίσως, ότι τα παιχνίδια δείχνουν στα μικρά παιδιά τη χρησιμότητα των αριθμητικών συμβόλων. Επιδεικνύουν ότι υπάρχουν καταστάσεις που οι αριθμοί –και τα σύμβολα των πράξεων– όντως διευκολύνουν, σε ποιες καταστάσεις υπάρχει ένας λόγος για να τους χρησιμοποιούμε, και σε ποιες υπάρχει ένας σκοπός για να μεταφράζουμε από τα σύμβολα στα συγκεκριμένα αντικείμενα και τα γεγονότα. Εάν μπορούμε να συνεχίσουμε να έχουμε αυτή την αρχή σαν οδηγό κατά τη διαδικασία μας σ' όλη τη διάρκεια του σχολείου, τότε ίσως θα είμασταν σε θέση να κάνουμε τη μάθηση της αριθμητικής μια πολύ πιο εύκολη διαδικασία.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Corran, G., και Walkerdine, V. (1981). *The Practice of reason Vol. 1, Reading the sings of mathematics*. Unpublished mimeograph.

Donalson, M. (1978). *Children's minds*, London: Fontana.

Gelman, R. (1972). Logical capacity of very young children: Number invariance rules, *Child development, 43*, 75-90.

Gelman, R., και Gallistel, C.R. (1978). *The Child's understanding of number*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Gelman, R., και Tucker, M.F. (1975). Further inverstigations of the young child's conception of number, *Child development, 46*, 167-75.

Hughes, M. (1981). Can preschool children add and subtract? *Educational psychology, 1*, 207-19.

Hughes, M., και Grieve, R. (1980). On asking children bizarre questions. *First language, 1*, 149-60.

Light, P.H., Buckingham, N., και Robbins, A.H. (1979). The Conservation task as an interactional setting. *British journal of educational psychology, 49*, 304-10.

McGarrigle, J., και Donalson, M. (1974). Conservation accidents, *Cognition, 3*, 341-50.

Menninger, K. (1962). *Number words and number symbols*. Cambridge, Mass: MIT Press.

Neilson, I., και Dockrell, J. (1982). Conservation tasks as interactional settings. In G. Butterworth and P. Light (Eds.), *Social cognition*. Brighton: Harvester Press.

Piaget, J. (1952). *The Child's conception of number*. London: Routledge and Kegan Paul.

— (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific american*, 189, 74-9.

Silverman, I.W., Rose, A.P., και Phillis, D.E. (1979). The «Magic» paradigm revisited. *Journal of experimental child psychology, 28*, 30-42.

A. L. BROWN & J. S. DeLOACHE

ΜΕΤΑΓΝΩΣΤΙΚΕΣ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ

Περίληψη

Αυτό το άρθρο αποτελείται από δύο τμήματα μιας εργασίας των Ann L. Brown και Judy S. DeLoache με τίτλο «Δεξιότητες, σχέδια και αυτορύθμιση». Στο πρώτο τμήμα, «Αυτοεξέταση και αυτορύθμιση», οι συγγραφείς περιγράφουν τις μεταγνωστικές δεξιότητες που είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικά έργα. Οι μεταγνωστικές δραστηριότητες αναφέρονται στις μορφές συμπεριφοράς που συντονίζουν και ελέγχουν τις εκούσιες προσπάθειες για μάθηση, όπως η *πρόγνωση* των συνεπειών μιας πράξης, ο *έλεγχος* της κατανόησης ενός κειμένου, η *τροποποίηση* μιας δραστηριότητας για να αυξηθεί η αποτελεσματικότητά της, κ.ο.κ. Θεωρούν ότι αυτές οι μεταγνωστικές δεξιότητες είναι αρκετά γενικές ώστε να εφαρμόζονται σε πολλές διαφορετικές περιστάσεις. Τονίζουν ότι τα μικρά παιδιά μπορεί να μην έχουν επίγνωση αυτών των δεξιοτήτων και ότι, ακόμη κι όταν τις έχουν αποκτήσει, μπορεί να μην καταλαβαίνουν πάντοτε πότε πρέπει να τις χρησιμοποιούν. Αυτό το σημείο περιγράφεται πληρέστερα στο δεύτερο τμήμα, «Έργα και στρατηγικές που επελέγησαν», στο οποίο οι Brown και DeLoache περιγράφουν την εφαρμογή των μεταγνωστικών δεξιοτήτων σε τρεις διαφορετικές δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες είναι η εύρεση της κεντρικής ιδέας σ' ένα κείμενο, η οπτική ανίχνευση και οι διαδικασίες ανάκλησης. Οι συγγραφείς αναφέρονται σ' αυτές τις δραστηριότητες γιατί χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ φάσμα περιπτώσεων και διότι χρησιμοποιούνται και από τα παιδιά και από τους ενηλίκους. Μπορεί, μ' αυτό τον τρόπο, να μελετηθεί η ανάπτυξη των μεταγνωστικών δεξιοτήτων και η επίδρασή τους στην επίδοση των παιδιών διαφόρων ηλικιών.

ΑΥΤΟΕΞΕΤΑΣΗ ΚΑΙ ΑΥΤΟΡΥΘΜΙΣΗ

ΤΟ ΚΥΡΙΟ ΘΕΜΑ ΠΟΥ ΘΑ ΣΥΖΗΤΗΣΟΥΜΕ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΓΕγονός ότι, όταν κανείς αντιμετωπίζει ένα νέο τύπο προβλήμα-