ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

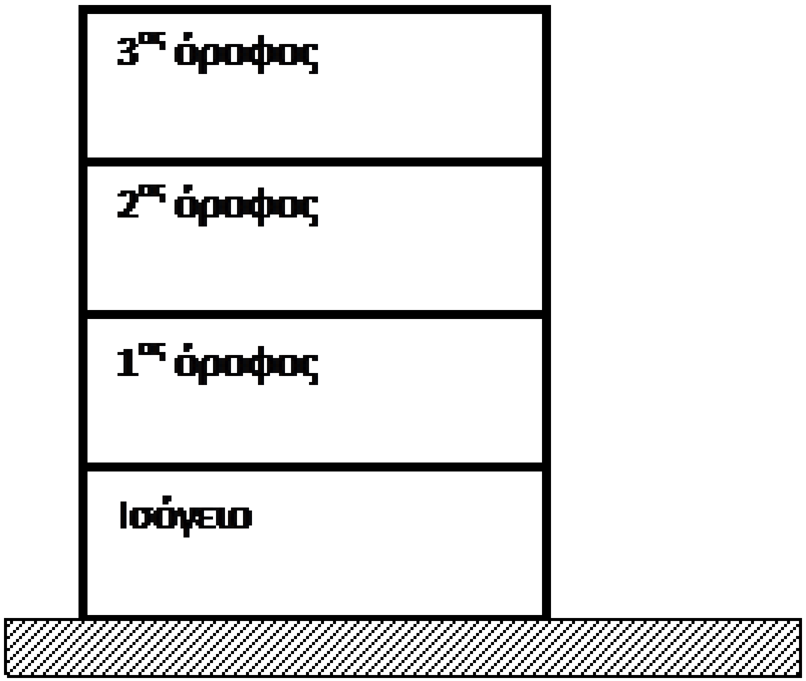
Νίκος Κανδεράκης

Το "έργο" ως μέτρο της εργασίας

Ο Σάκης και ο Μάνος ανεβάζουν σακιά τσιμέντο των 25 kg σε μια πολυκατοικία. Σε μια ώρα ο Σάκης ανεβάζει 20 σακιά στο $2^{ο}$ όροφο, ενώ ο Μάνος 10 σακιά στον $3^{ο}$ όροφο.

Ποιος δούλεψε περισσότερο;

(Όλοι οι όροφοι και το ισόγειο έχουν ύψος 3,5 μέτρα. Το σακί των 25 kg έχει βάρος 250 N.)



Πότε παράγεται "έργο" ;

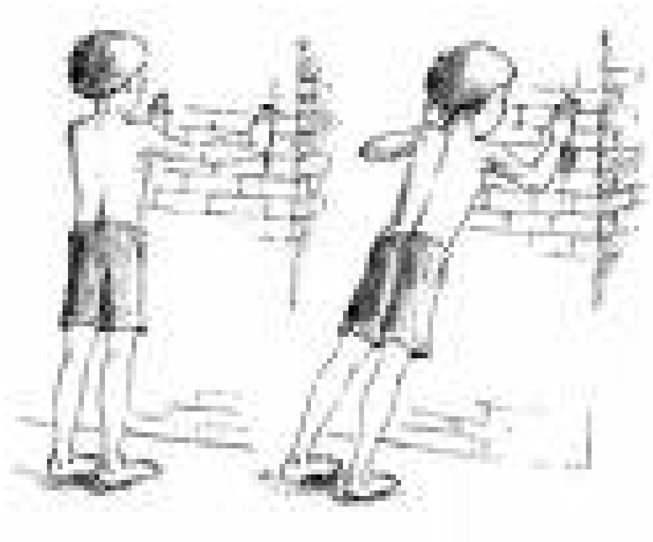
<u>Δραστηριότητες – εμπειρίες</u>

α. Σπρώξε τον τοίχο με τα χέρια σου.

β. Κράτα την τσάντα σου 5 δευτερόλεπτα

γ. Σπρώξε το τραπέζι ώστε να μετακινηθεί 2 m.

δ. Σήκωσε την τσάντα σου από το πάτωμα και τοποθέτησέ την πάνω στο τραπέζι.



<u>Ερωτήσεις</u>

- Πότε παρήγαγες εργασία (έργο);
- Πότε δεν παρήγαγες εργασία (έργο);
- Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

Για να παραχθεί "έργο" πρέπει:

- **Να υπάρχει δύναμη και να υπερνικείται αντίσταση.**

- **Να υπάρχει κίνηση.**

  Όταν δεν υπάρχει κίνηση (στην ισορροπία), η δύναμη μπορεί να αντικατασταθεί με μια κολώνα ή ένα στήριγμα.

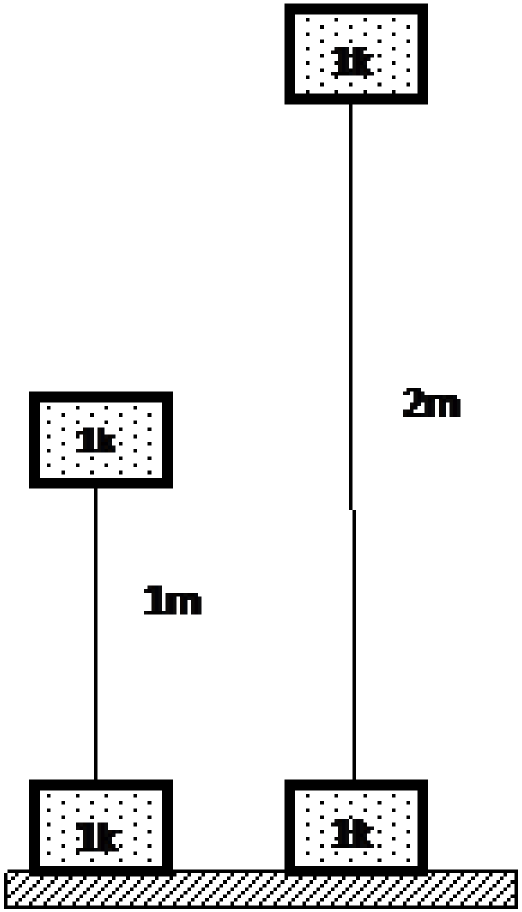
Έργο παράγεται όταν ασκείται δύναμη σε ένα σώμα και το σώμα μετακινείται.

Υπολογισμός του "έργου"

Δραστηριότητα Α

Ο Κώστας σηκώνει ένα τούβλο (μάζας 1 kg και βάρους 10 N) πάνω στο τραπέζι και σε ύψος 1 m από το έδαφος.

Η Βάσω σηκώνει το τούβλο (μάζας 1 kg και βάρους 10 N) πάνω στο περβάζι και σε ύψος 2 m από το έδαφος.



Ερωτήσεις

- **Πόση δύναμη βάζει ο Κώστας;**
- **Πόση δύναμη βάζει η Βάσω;**
- **Ποιος έκανε μεγαλύτερο έργο (εργασία);**
- **Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.**

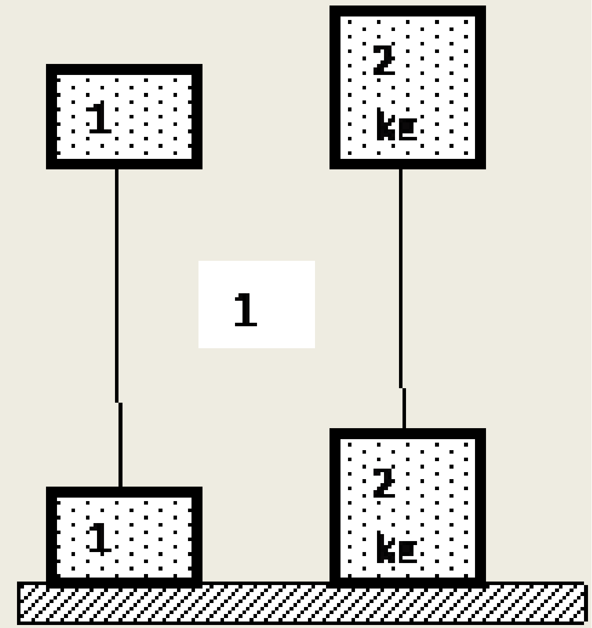
Δραστηριότητα Β

Ο Κώστας σηκώνει ένα τούβλο (m = 1 kg, B = 10 N) σε ύψος 1 m (πάνω στο τραπέζι).
Η Βάσω σηκώνει δύο τούβλα μαζί (m = 2 kg, B = 20N) σε ύψος 1 m (πάνω στο τραπέζι).

Ερωτήσεις

i. Πόση δύναμη βάζει ο Κώστας;
ii. Πόση δύναμη βάζει η Βάσω;
iii. Ποιος έκανε μεγαλύτερο έργο (εργασία);

Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.



Έργο = βάρος επί ύψος

$$W = B \cdot h$$

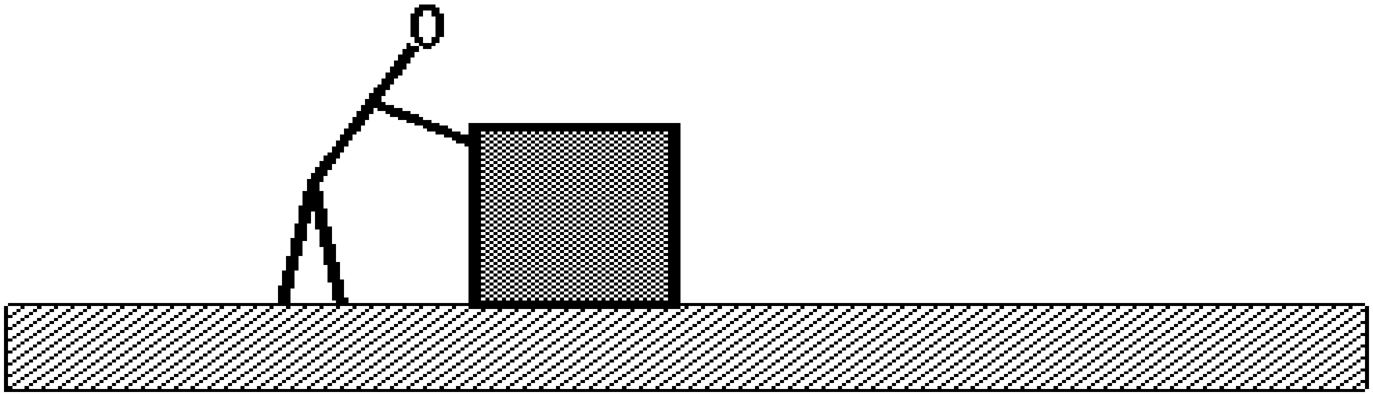
ή

Έργο = Δύναμη ανύψωσης επί ύψος

$$W = F \cdot h$$

- **Λύση του εισαγωγικού προβλήματος**

- **Επέκταση της έννοιας σε νέες καταστάσεις**



Πρόβλημα

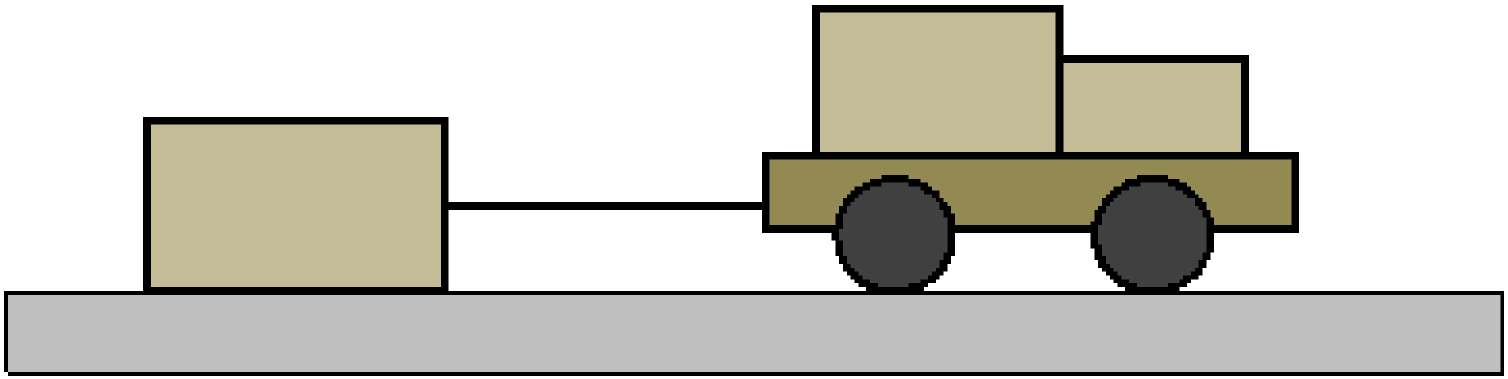
Η Μαρία σπρώχνει ένα κιβώτιο που έχει βάρος 65N (m = 6,5kg) και το μετακινεί αργά 3m. Η δύναμη της τριβής που αντιστέκεται στην κίνηση του κιβώτιου είναι 20N.

- **Πόση δύναμη βάζει η Μαρία;**
- **Πόσο έργο παράγει;**

Πρόβλημα

Ένα αυτοκινητάκι που κινείται οριζόντια με μπαταρία τραβά πίσω του ένα φορτωμένο κουτί που έχει βάρος Β = 50Ν. Το αυτοκινητάκι κινεί το κουτί αργά και με δυσκολία (μόλις υπερνικώντας τις τριβές), ασκώντας του οριζόντια δύναμη 15Ν. Το κουτί μετακινείται 0,4m.

Πόσο έργο παρήγαγε το αυτοκινητάκι;



- **Γενίκευση**

βάρος → δύναμη

ύψος → μετατόπιση

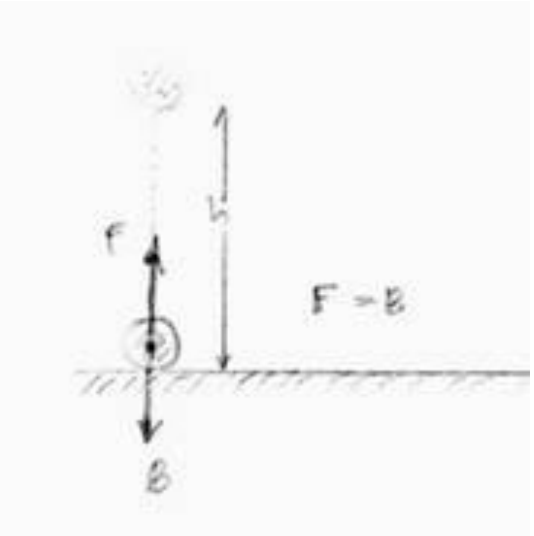
Έργο = δύναμη επί μετατόπιση

$$\boxed{W = F \cdot s}$$

Έργο για να ανυψώσουμε βάρος

Έργο της κινητήριας δύναμης

$W_F = F \cdot h = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$



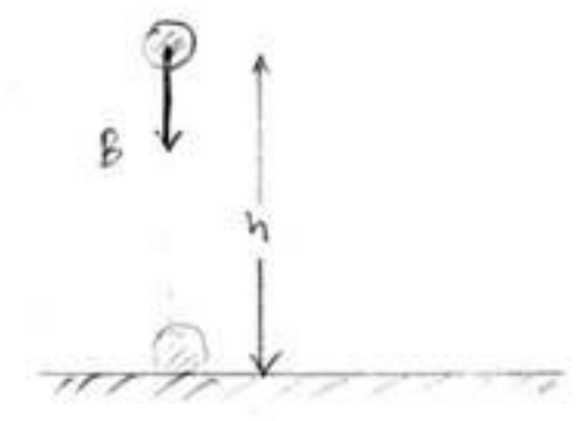
Το βάρος είναι αντίθετο και αντιστέκεται στη μετατόπιση

Το έργο του βάρους είναι αρνητικό

$W_B = - m \cdot g \cdot h$

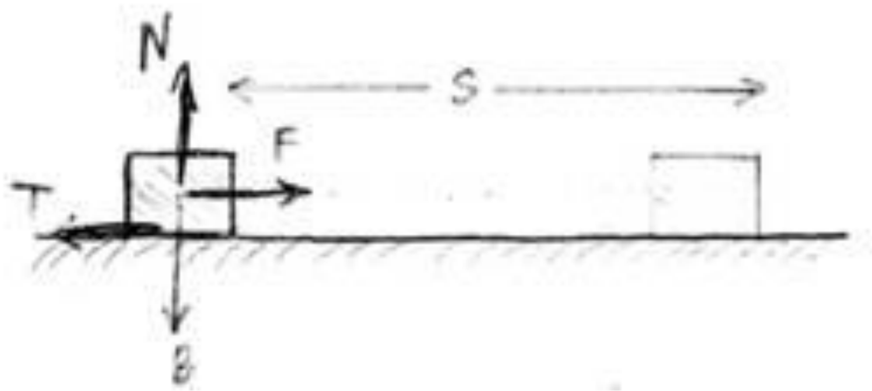
Έργο που παράγει το βάρος

Το βάρος μετακινεί το σώμα



$$W_B = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Έργο του βάρους σε οριζόντια μετατόπιση



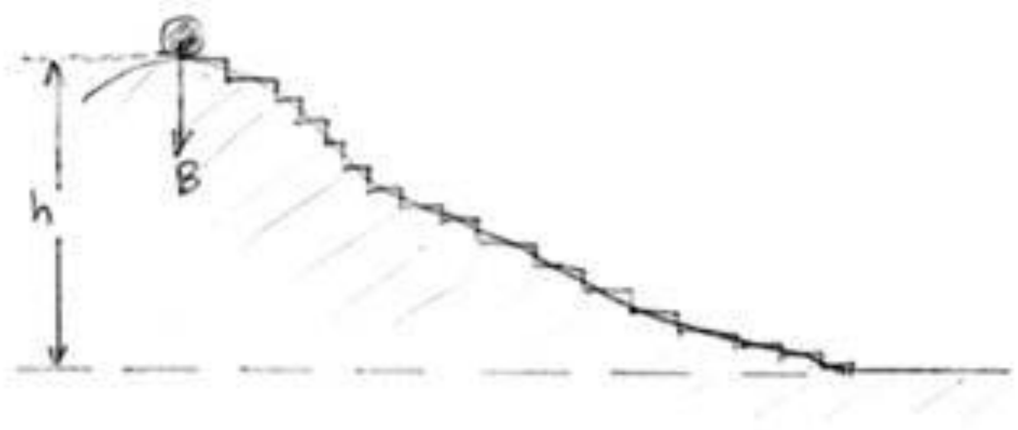
$W_B = 0$
Το βάρος ούτε βοηθά ούτε αντιστέκεται στη μετατόπιση

Έργο της κινητήριας δύναμης
$W_F = F \cdot s$

Έργο του βάρους σε τυχαία μετατόπιση

Σειρά από οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις.

Στις οριζόντιες το B δεν παράγει έργο.



Συνολική κατακόρυφη μετατόπιση h

$W_B = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$

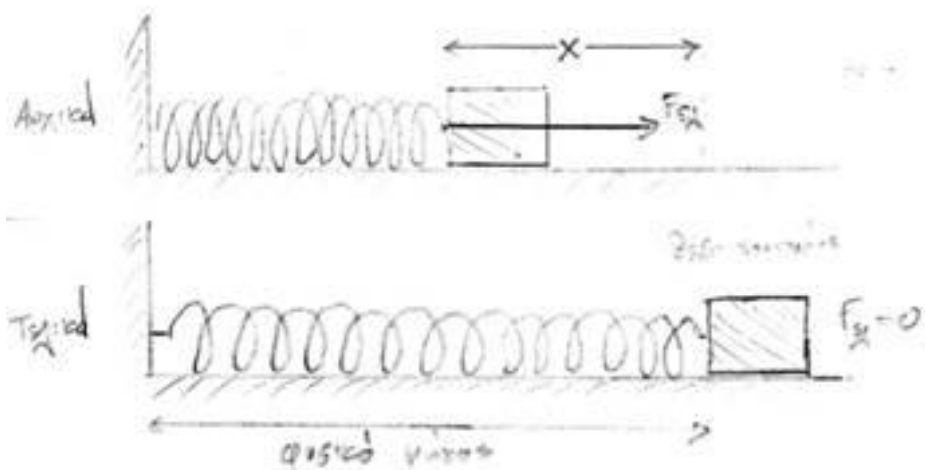
Το έργο δεν εξαρτάται από το δρόμο αλλά από την υψομετρική διαφορά

Έργο δύναμης ελατηρίου

$F_{ελ} = kx$ η δύναμη μεταβάλλεται, δεν είναι σταθερή

Θεωρούμε μια πολύ μικρή μετατόπιση dx, το (μικρό) έργο της θα είναι:

$dW = Fελ.\cdot dx = kx\cdot dx$, dx σημαίνει πολύ μικρό x, dW πολύ μικρό W



Για μεγάλη μετατόπιση το έργο της θα είναι το άθροισμα των μικρών έργων

$W = \sum dW = \sum Fελ.\cdot dx = \sum kx\cdot dx$

Προκύπτει ότι: $W = ½\, k\cdot x^2$

Η "ΖΩΝΤΑΝΗ ΔΥΝΑΜΗ" (VIS VIVA)

"Δύναμη" των κινούμενων σωμάτων

Descartes - ποσότητα κίνησης - $m \cdot v$

Leibniz

1686 «Μια σύντομη επίδειξη ενός αξιοσημείωτου λάθους του Καρτέσιου»

"Δύναμη" των κινούμενων σωμάτων = «ζωντανή δύναμη» (vis viva) = mv^2

«Νεκρή δύναμη» η δύναμη της στατικής

Οι vis vivae παράγονται από τις δράσεις των «νεκρών δυνάμεων»

Υπολογισμός της vis viva

Από το αίτιο που την προκαλεί ή το αποτέλεσμα που παράγει

Π.χ. στην πτώση ενός σώματος

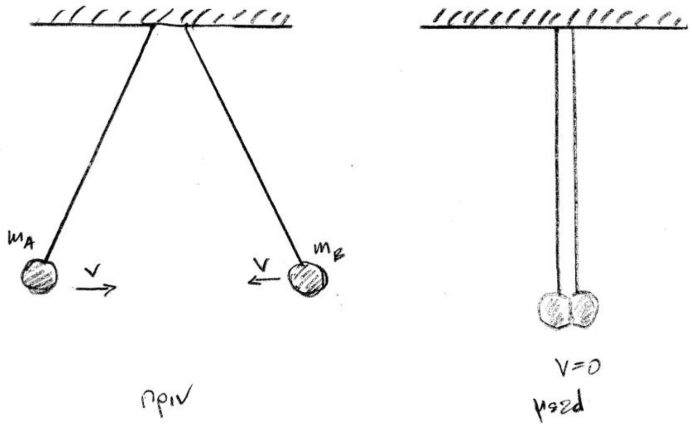
Η παραγόμενη vis viva είναι ανάλογη με το γινόμενο «βάρος επί ύψος»

Προκύπτει vis viva ανάλογη με $m \cdot v^2$

Διατήρηση της vis viva

Η συνολική vis viva στο σύμπαν διατηρείται σταθερή

Αντίρρηση: Η «ζωντανή δύναμη» χάνεται στις μη ελαστικές κρούσεις.



Αντεπιχείρημα του Leibniz και των οπαδών του: η «ζωντανή δύναμη» δε χάνεται αλλά σκορπίζει στα μικρά μέρη [μόρια] από τα οποία αποτελούνται τα σώματα.

– όχι πειστικό στην εποχή του.

Οι «ζωντανές δυνάμεις» μπαίνουν στο περιθώριο και χρησιμοποιούνται μόνο στις ελαστικές κρούσεις.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ

Άγγλοι μηχανικοί του 18ου αιώνα

Ατμομηχανές – αποστράγγιση ορυχείων – ανέβασμα νερού

Εργασία των μηχανών = βάρος που σηκώνουν επί ύψος

Μονάδα 1ft·lb (foot-pound)

Οι ατμομηχανές κινούν άλλες μηχανές

(πχ κλωστοϋφαντικές)

Γενίκευση – το «βάρος επί ύψος» μετρά κάθε εργασία των ατμομηχανών

Αρχές 19ου αιώνα – Γάλλοι μηχανικοί

Έργο: μέτρο της εργασίας κινητήριων μηχανών, ανθρώπων και ζώων

Μέτρο του έργου

Έργο = δύναμη επί μετατόπιση , όταν η δύναμη είναι στην κατεύθυνση της μετατόπισης

$W = F \cdot s$ μονάδα έργου $1 N \cdot m$

Επανέρχεται η vis viva και συνδέεται με το έργο

Η vis viva από mv^2 γίνεται $\frac{1}{2} mv^2$ (Coriolis 1829)

Αν η δύναμη ασκείται σε ελεύθερο σώμα (χωρίς αντιστάσεις), τότε:

έργο = μεταβολή της vis viva

Η vis viva γίνεται κινητική ενέργεια

Δεκαετία του 1850 (W. Thomson):
Η vis viva γίνεται κινητική ενέργεια

Κινητική ενέργεια = ½ mv^2 **$K = ½\ mv^2$**

Μονάδα 1J (Joule) = $1kg \cdot m^2/s^2 = 1N \cdot m$

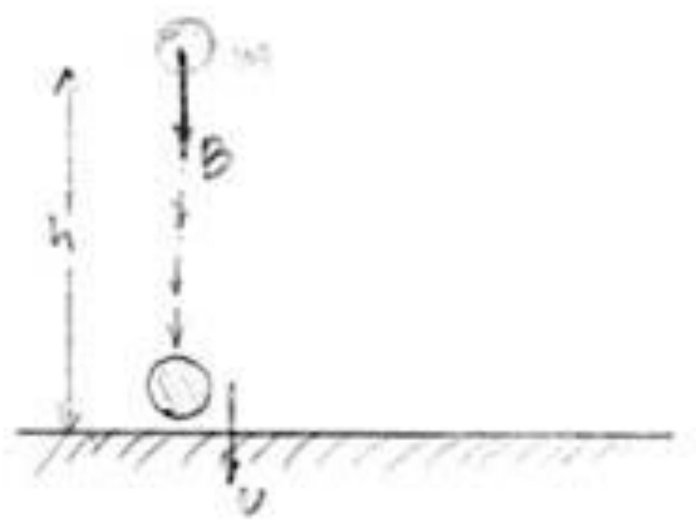
Το έργο και η κινητική ενέργεια έχουν τις ίδιες μονάδες

Έργο βάρους και κινητική ενέργεια

Πτώση βάρους

$W_B = K_{τελ.}$ → $mgh = ½ mv^2$

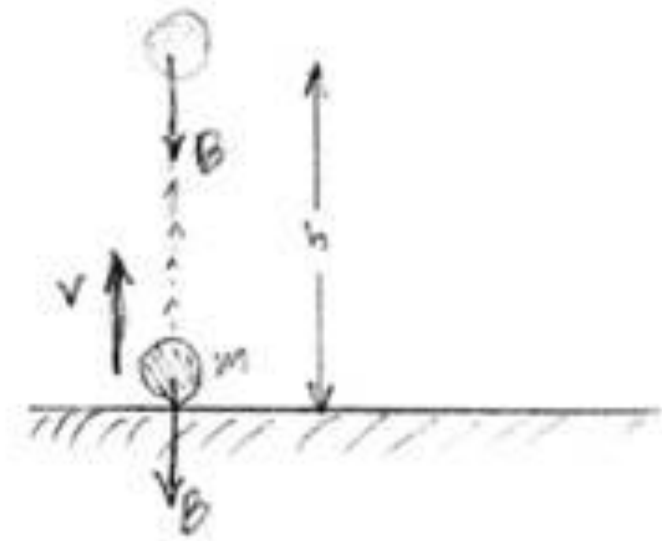
Το έργο παράγει κινητική ενέργεια



Άνοδος κινούμενου σώματος

$K_{αρχ.} = W_B \rightarrow \quad \frac{1}{2} mv^2 = mgh$

Η κινητική ενέργεια παράγει έργο



Χρυσός κανόνας της μηχανικής

Σε μια απλή μηχανή (π.χ. μοχλό), όσο έργο βάζουμε, τόσο έργο παίρνουμε

με άλλα λόγια

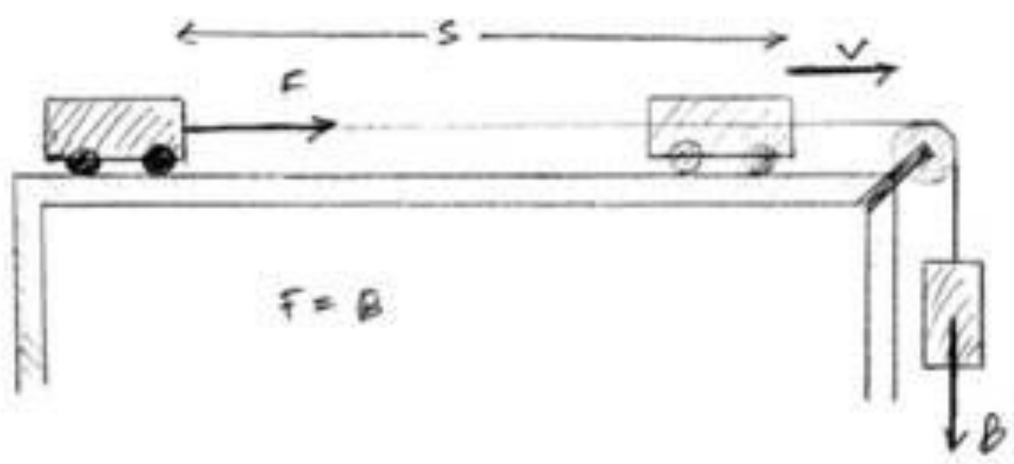
Ότι κερδίζουμε σε δύναμη, το χάνουμε σε δρόμο

Με τις απλές μηχανές πολλαπλασιάζουμε τη δύναμή μας, αλλά όχι το έργο που βάζουμε (ή την ενέργεια).

Π.χ. υδραυλικό πιεστήριο

$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$

Έργο σταθερής δύναμης και κινητική ενέργεια ($v_o = 0$)



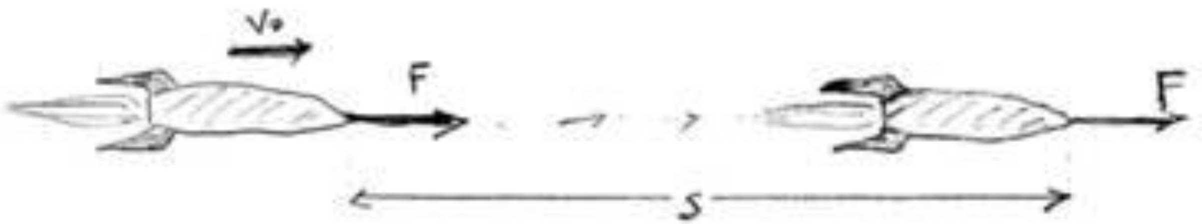
$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot a \cdot 1/2\ a \cdot t^2 = ½\ m \cdot a^2 \cdot t^2 = ½\ m \cdot (at)^2 = ½\ m \cdot v^2$$

$s = ½\ a \cdot t^2$ $v = a \cdot t$

τελικά $F \cdot s = ½\ m \cdot v^2$

Έργο σταθερής δύναμης και κινητική ενέργεια

(με αρχική ταχύτητα v_o)



$W = F \cdot s = ma \cdot s$

$$s = v_{\mu} \cdot t = \frac{v + v_o}{2} \cdot t$$

$a = \Delta v/t = (v - v_o)/t$

Επομένως

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot \frac{v - v_o}{t} \cdot \frac{v + v_o}{2} \cdot t$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot (v - v_o) \cdot (v + v_o) = \frac{1}{2} m (v^2 - v_o^2)$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_o^2$$

τελικά

$$F \cdot s = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_o^2$$

δηλαδή

$W_F = K_{τελ.} - K_{αρχ.}$

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας