

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΥΝΟΛΩΝ

10/2/2015

Θέμα 1. Έστω $A = \{a, b, c\}$. Ποιά από τις ακόλουθες προτάσεις αληθεύει και γιατί;

$$\{A\} \subset \mathcal{P}(A), \quad A \in \mathcal{P}(A), \quad \{\{a, b\}\} \subset \mathcal{P}(A).$$

(1,5 μον.)

Θέμα 2. Έστω $A = \{1, 2, 3, 4\}$ και R σχέση στο A με

$$R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle \}.$$

α) Προσδιορίστε τις ιδιότητες της R , της αντίστροφής της και της συμπληρωματικής της. (1 μον.)

β) Αν κάποια από τις σχέσεις R, R^{-1}, R' είναι σχέση ισοδυναμίας, βρείτε τη διαμέριση που επάγει στο A . (1 μον.)

Θέμα 3. Δείξτε ότι το σύνολο $(-1, 1]$ είναι ισοπληθικό με το σύνολο $[-2, 6)$. (1,5 μον.)

Θέμα 4. Κατασκευάστε το δένδρο διάγραμμα του προτασιακού τύπου $\{ [(\neg(\neg(p \rightarrow q))) \vee (\neg p)] \vee r \}$ και εξετάστε αν είναι ταυτολογία, ενδεχόμενο ή αιτιώδης. (1,5 μον.)

Θέμα 5. Χρησιμοποιώντας την αρχή αντικατάστασης και νόμους της προτασιακής λογικής, απλοποιείστε τον προτασιακό τύπο

$$(\neg p) \& (\neg q) \vee [(p \& (\neg q)) \vee ((\neg p) \& q)].$$

(1,5 μον.)

Θέμα 6. Δώστε δύο τυπικές αποδείξεις εγκυρότητας για την ακόλουθη επιχειρηματική μορφή

$$(p \& q) \vee (p \& r)$$

$$(p \vee q) \rightarrow (nr)$$

$$p \rightarrow q$$

(2 μον.)

Σημείωση. Για να περάσετε, πρέπει να απαντήσετε ουσιαστικά τουλάχιστον σε ένα από τα θέματα 1)-3) και τουλάχιστον σε ένα από τα θέματα 4)-6).