

ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

2^ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.

13/12/2018.

Άσκηση 1. Αποδείξτε αναλυτικά ότι $X \sim \mathbb{N}$, όπου X είναι το σύνολο $\left\{ -\frac{1}{3n-2} : n \text{ φυσικός αριθμός, } n > 4 \right\}$ και \mathbb{N} είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών. (1,5 μορ.)

Άσκηση 2. Αποδείξτε αναλυτικά ότι $\mathbb{N}_\pi \times \mathbb{Z}_- \sim \mathbb{N}$, όπου \mathbb{N}_π είναι το σύνολο των περιττών φυσικών αριθμών και \mathbb{Z}_- το σύνολο των αρνητικών ακεραίων αριθμών. (2 μορ.)

Άσκηση 3. Αποδείξτε αναλυτικά ότι $(-2, 4) \sim (0, 1)$. (2 μορ.)

Άσκηση 4. Εκφράστε συμβολικά τις ακόλουθες προτάσεις, αναφέρατε ποιά σύμβολα χρησιμοποιείτε για ποιες απλές προτάσεις.

α) Αναγκαία συνθήκη για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης είναι η συμμετοχή στην ορκωμοσία του ΠΜΣ.

β) Αν προετοιμασώ σωστά και δεν είμαι άτυχος, θα περάσω το μάθημα.

γ) Η ορκωμοσία θα γίνει την Τρίτη, αν ο Πρύτανης μείνει στην Αθήνα, αλλιώς θα γίνει την Παρασκευή.

δ) Η ανεργία θα μειωθεί, αν αυξηθούν οι επενδύσεις και μειωθεί η τιμή του πετρελαίου.

(1 μορ.)

Άσκηση 5. Εξετάστε αν ο προτασιακός τύπος

$$[(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg r] \rightarrow (p \& r)$$

είναι ή όχι ταυτολογία, με α) πίνακα αλήθειας (1 μορ.)

και β) τη μέθοδο λογικής διαψευδοσιμότητας. (1 μορ.)

Άσκηση 6. Είναι οι προτασιακοί τύποι
 $r, [(p \& \neg r) \vee \neg(\neg r \& \neg r)]$
λογικά ισοδύναμοι ή όχι και γιατί;

(1,5 μον.)

Άσκηση 7. Θεωρούμε το ακόλουθο επιχείρημα:

Αν υπάρξει πρωτογενές πλεόνασμα και παραμείνει σταθερή η τιμή του πετρελαίου, θα δοθούν αναδρομικά στους συνταξιούχους. Η τιμή του πετρελαίου παραμένει σταθερή. Άρα: αν υπάρξει πρωτογενές πλεόνασμα, θα δοθούν αναδρομικά στους συνταξιούχους.

Εκφράστε συμβολικά το παραπάνω επιχείρημα και δείξτε ότι οι (δύο) υποθέσεις συνεπάγονται λογικά το συμπέρασμα (κατασκευάστε κατάλληλο πίνακα αλήθειας). (2 μον.)

Παράδοση λύσεων. Οι λύσεις πρέπει να παραδοθούν στον διδάσκοντα μέχρι τις 9.30 π.μ. την Πέμπτη, 20/12/2018.