Άσκηση 3

Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχειρήματα παιδιά του δημοτικού σχολείου ότι: (α) Τα μαθηματικά είναι πολύ σημαντικό μάθημα για την εξέλιξή τους. (β) Δεν πρέπει να λένε ψέματα, (γ) Οι συμμαθητές τους έχουν τα ίδια δικαιώματα με αυτούς.

Άσκηση 4

Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχειρήματα τους γονείς σας ότι:
(α) Είναι πιο σωστό να διαλέξετε εσείς το επάγγελμα ή την επιστήμη που θα ακολουθήσετε. (β) Δεν πρέπει να είναι υπερπροστατευτικοί μαζί σας.

Άσκηση 5

Να πάρετε τρία θέματα παλαιότερων εκθέσεων και να τα αναπτύξετε με επιχειρήματα, ακολουθώντας τις οδηγίες που σας δώσαμε παραπάνω.

Παράρτημα

Υποδείξεις/Απαντήσεις Ασκήσεων και Ερωτήσεων

II Προτασιακή Λογική

Ενότητα 1

1. Η i δεν είναι πρόταση όπως την εννοούμε στη λογική, η ii είναι ψευδής πρόταση, η iii είναι πρόταση της οποίας δεν είναι γνωστή η αληθοτιμή, η iv είναι ψευδής πρόταση, η v είναι αληθής πρόταση, η vi είναι ψευδής πρόταση και η vii δεν είναι πρόταση όπως την εννοούμε στη λογική.
2. Αν η έκφραση Α είναι πρόταση, τότε δεν μπορεί να είναι αληθής. Ο ισχυρισμός δεν είναι ορθός.
3. Οι προτάσεις της πρώτης και της τρίτης πινακίδας δεν είναι δυνατό να έχουν την ίδια αληθοτιμή. Να διακρίνετε περιπτώσεις ως προς τις αληθοτιμές τους λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό που θέτει η άσκηση. Ο σωστός δρόμος είναι ο δεύτερος.
4. Να δικαιολογήσετε το ότι οι απαντήσεις τους έχουν την ίδια αληθοτιμή.
Ήταν Κυριακή.
5. Η απόφανσή του θα μπορούσε να είναι ψευδής πρόταση.

Ενότητα 2

1. Εντοπίζουμε τις προτάσεις που υπάρχουν μέσα σε αυτές τις εκφράσεις και τις αφαιρούμε (εκτός της πρώτης). ii. «...αν ...». iii. «...αν

και...». iv. «...μόνον εφόσον δεν...». v. «... και μετά...». vi. «...αλλά δεν...».

2. Να χρησιμοποιήσετε συγκεκριμένο παράδειγμα i. O "είναι αλήθεια ότι..." δεν είναι σύνδεσμος και δεν επηρεάζει την τιμή αλήθειας. ii. O πίνακας αληθείας είναι ίδιος με εκείνον του συνδέσμου «ούτε... ούτε...».

Ενότητα 4

1. Να χρησιμοποιήσετε συγκεκριμένο παράδειγμα. Οι πίνακες αλήθειας είναι ίδιοι με τον πίνακα αλήθειας του «... και ...».
2. Η πρόταση είναι ψευδής.
3. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ειλικρινής αυτός που μίλησε. Και οι δύο είναι ψεύτες.

Ενότητα 5

1. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μίλησε. Είναι και οι δύο ειλικρινείς.
2. Η πρόταση είναι αληθής.
3. Η iv είναι ψευδής και οι υπόλοιπες είναι αληθείς.
4. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μίλησε. Ο δεύτερος είναι ψεύτης.

Ενότητα 6

1. Να εργαστείτε με συγκεκριμένο παράδειγμα. i. Ο πίνακας αλήθειας είναι ίδιος με τον πίνακα αλήθειας της άρνησης,. ii. η πρόταση που παράγεται έχει τις ίδιες αληθοτιμές με την πρόταση στην οποία δρα ο δεδομένος σύνδεσμος.

Ενότητα 7

1. Η πρόταση είναι αληθής
2. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δεδομένη πρόταση. Ο κάτοικος είναι ειλικρινής.
3. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δεδομένη πρόταση. Ήταν Κυριακή.
4. Ήταν ειλικρινής.

Ενότητα 8

1. Να διακρίνετε περιπτώσεις για την αληθοτιμή της απάντησης. Ο Γιώργος έφαγε το γλυκό.
2. Σκεπτόμαστε όπως και στην προηγούμενη άσκηση. Δεν υπάρχει καφενείο στο Ψευτοχώρι.

Ενότητα 9

1. i. σωστό ii. λάθος iii. σωστό iv. λάθος v. λάθος vi. σωστό vii. σωστό viii. λάθος.
2. Άπειροι, αφού προτάσσοντας το ¬μπροστά από έναν τύπο παίρνουμε άλλο τύπο. Ξεκινώντας με μια προτασιακή μεταβλητή, π.χ. την Π, παίρνουμε τους ¬Π, ¬¬Π, ¬¬¬Π κοκ.

Ενότητα 10

2.i. Αληθής ii. Ψευδής iii. Αληθής.

Ενότητα 11

2. i. Π∧Ρ ii. Π→¬Ρ iii. (κάνω περίπατο: Π, έχει καλό καιρό: Ρ) Π→Ρ. Οι iv. v. vi, και vii είναι επίσης συνεπαγωγές. Να προσέξετε ποιος είναι ο ηγούμενος όρος σε κάθε περίπτωση.

Ενότητα 12

1. i. (Π→(Ρ∨Τ)) ∧(Ρ→¬Τ) ii. Π↔(Ρ∧Τ) iii. ¬Π∧¬Ρ.

Ενότητα 13

2. Να θυμηθούμε τον ορισμό της ταυτολογίας και της αντίφασης και τον πίνακα αληθείας της άρνησης, της σύζευξης κτλ.
3. Να θυμηθούμε τον ορισμό της λογικής ισοδυναμίας, καθώς και τον πίνακα αληθείας της σύζευξης και της διάζευξης.

Ενότητα 14

1.

i.	ii.	iii.
$\Pi \to \neg P$	$\Pi \to (P \to \Sigma)$	$\Pi \vee P$
$\neg T$	$\Pi \to (\neg P \to T)$	$P \to \neg T$
$\Sigma \to (P \vee T)$	$\Sigma \to T$	T
Π		
$\overline{\neg \Sigma}$	$\overline{\Pi \to T}$	$\overline{\Pi}$

Ενότητα 15

1. Κατασκευάστε τον αντίστοιχο πίνακα αληθοτιμών. Είναι όλα έγκυρα.
2. i. Το αντίστοιχο σχήμα επιχειρήματος είναι το $\Pi \to P$, $P \to T$, $\Pi \to (P \wedge T)$, το οποίο είναι έγκυρο. ii. Το αντίστοιχο σχήμα επιχειρήματος είναι το $\Pi \to P$, $\Pi \to T$, Π, $P \wedge T$, το οποίο είναι έγκυρο.

Κατηγορηματική Λογική

Ενότητα 2

1. Α: ...είναι μαθητής/τρια του λυκείου, Β: ...γράφει ποιήματα, Γ: ...είναι ...κλπ.

γ: Γιώργος, μ: Μαρία. i. $A(\gamma)$ ii. $A(\mu)$ iii. $B(\gamma)$ iv. $\Gamma(\mu)$.

Ενότητα 3

1. Α: ...είναι σύζυγος του/ της..., Β: ...είναι παιδί του ... και της ..., Γ: ... είναι ψηλότερος από ..., γ: Γιώργος, μ: Μαρία, δ: Δημήτρης κ: Κώστας, α: Αγγελική, ν: Νίκος, ο: Ουρανία i. $A(\gamma,\mu)$ ii. $\Gamma(\gamma,\delta)$ iii. $B(\mu,\kappa,\alpha)$ iv. $B(\gamma,\nu,o)$.

Ενότητα 4

1. Β: ... έχει βάρος, i. $\forall x B(x)$ ii. $\exists x B(x)$ iii. $\forall x B(x)$ iv. $\exists x B(x)$.

Ενότητα 5

1. i. $\forall x(A(x) \to B(x))$ ii. $\exists x(A(x) \wedge B(x))$ iii. $\forall x(\Gamma(x) \to \neg\Delta(x))$ iv. $\exists x(\Gamma(x) \wedge \neg\Delta(x))$.

Ενότητα 6

1. i. $\forall x \exists \psi A(x,\psi)$ ii. $\exists x \forall \psi B(x,\psi)$ iii. $\forall x \exists \psi B(x,\psi)$ iv. $\exists x \forall \psi A(\psi,x)$.

Ενότητα 7

1. Τύποι είναι τα i, iii, και vi.

Ενότητα 8

1. i. $\forall x \exists \psi A(x,\psi) \wedge \neg \exists \psi \forall \chi A(\chi,\psi)$ ii. $\neg \exists \chi(\Lambda(\chi) \vee M(\chi)) \wedge \forall \psi \Gamma(\psi)$
iii. $\forall \chi(B(\chi,\chi) \to B(\theta,\chi))$
iv. $\neg(\exists \chi(\Pi(\chi) \wedge K(\chi)) \vee \exists \psi(E(\psi) \wedge \neg K(\psi)))$

v. $\exists\chi(K(\chi)\wedge\forall\psi(A(\psi)\rightarrow\Gamma(\chi,\psi)))$.
vi. $\forall\chi(\Sigma(\chi)\rightarrow\exists\psi(\Sigma(\psi)\wedge M(\psi,\chi)))$.

Ενότητα 9

1.

i.
$$\frac{\forall x(Y(x)\vee A(x)) \qquad \forall x\,(\Phi(x)\rightarrow\neg Y(x))}{\forall x\,(\Phi(x)\rightarrow A(x))}$$

ii.
$$\frac{\forall x(A(x)\rightarrow\Pi(x)\wedge\Sigma(\chi)) \qquad \forall x(\Pi(x)\rightarrow E(x))}{\forall x(A(x)\vee\Pi(\chi)\rightarrow E(x))}$$

...ρακτική Λογική

Ενότητα 2

1. Δηλωτικές ή αποφαντικές προτάσεις είναι οι Β,Δ,Ε.
2. Α: δύο απλές προτάσεις: «όλα ... φύλλα» και «αυτό ... δένδρο»
Β: τρεις απλές προτάσεις: «Τα ... κοινά», «το ... μέταλλο», «δουλεύεται... εύκολα»
Γ: δύο απλές προτάσεις: «Σήμερα έχει συννεφιά», «είναι... βρέξει»
Δ: μία απλή αποφαντική πρόταση «οι καλές... πολιτισμού» καλυμμένη σε μια ρητορική ερώτηση.
3. Οι Β και Ε δεν είναι επιχειρήματα.
Συμπεράσματα: Α: «Η κυβέρνηση... μέτρα».
Γ: «η κυβέρνηση... ύδρευση».
Δ: «Αλλά αυτό δεν είναι σωστό»
4.1 = Β, 2 =Β,3 = Α, Γ, 4 = Α, Γ.
5. Α = υπόθεση, Β = επιχείρημα, Γ = επιχείρημα, Δ = υπόθεση.

Ενότητα 3

1. Για να είναι συνδεδεμένες οι προκείμενες πρέπει να υποστηρίζουν από κοινού το συμπέρασμα. Το συμπέρασμα δεν εξάγεται από κάθε μία μόνη της.
2. Για παράδειγμα, η Β θα μπορούσε να συνδυαστεί με την «η ποιότητα της ζωής των ανθρώπων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα του φυσικού περιβάλλοντος». Η Δ θα μπορούσε να συνδυαστεί με την «Η διατήρηση της ποικιλίας των οικοσυστημάτων ευνοεί τη γενικότερη οικολογική ισορροπία στη γη».
3. Και στα τρία επιχειρήματα το συμπέρασμα [Σ] είναι η τελευταία πρόταση. Αν τις προκείμενες με τη σειρά που εμφανίζονται σε κάθε επιχείρημα, τις ονομάσουμε Α, Β, Γ..., τότε έχουμε τα παρακάτω σχήματα:

$$\text{Α)}\ \begin{array}{c}\Gamma\\ \downarrow\\ \underline{B+\Gamma}\\ \Sigma\end{array} \qquad \text{Β)}\ \begin{array}{c}A\\ \downarrow\\ \underline{B+\Gamma}\\ \Sigma\end{array} \qquad \text{Γ)}\ \begin{array}{c}A \quad \Gamma\\ \downarrow \quad \downarrow\\ \underline{B\ +\ \Delta}\\ \Sigma\end{array}$$

Ενότητα 4

1. α) Από τις αρχαίες πηγές βλέπουμε ότι η δουλεία ήταν γενικευμένος θεσμός.
β) Κατασκευάστε μια υποτιθέμενη στατιστική που να βγάζει το συμπέρασμα.
γ) Από δύο ή τρία παραδείγματα να γενικεύσετε.
2. Να βρείτε το στοιχείο ομοιότητας ανάμεσα στις έννοιες και στηριζόμενοι σε αυτό να κατασκευάσετε τα επιχειρήματα.
3. α) Η αιτία είναι η θερμότητα της φωτιάς.
β) Μερικές αιτίες: «άσχημοι δρόμοι», «κακή οδική συμπεριφορά των ελλήνων» κτλ.
γ) Μια πιθανή αιτία: «Η Αμερική είναι η παγκόσμια οικονομική υπερδύναμη».
4. Τα επιχειρήματα γ) και ζ) είναι έγκυρα. Τα υπόλοιπα, για να είναι έγκυρα, θα μπορούσαν να γραφούν ως εξής:
α) Αν κάποιος καπνίζει, κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα. Ο

Γιάννης δεν κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα ...
δεν καπνίζει.
β) Όταν βρέχει, παίρνω την ομπρέλα μου. Βρέχει. Πήρα την ομπρέλα μου.
δ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύννεφα. Βρέχει. Υπάρχουν σύννεφα.
ε) Οι επιστήμονες χαίρουν εκτίμησης στην κοινωνία. Ο Κώστας είναι επιστήμονας. Άρα, ο Κώστας χαίρει εκτίμησης στην κοινωνία.
η) Μερικοί έλληνες είναι αναλφάβητοι. Οι έλληνες είναι ευρωπαίοι. Άρα, μερικοί ευρωπαίοι είναι αναλφάβητοι.
θ) Κανείς ιταλός δεν είναι έλληνας. Μερικοί λονδρέζοι είναι έλληνες. Άρα, μερικοί λονδρέζοι δεν είναι ιταλοί.

Ενότητα 5

1. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι προτάσεις β, δ,ε είναι γενικά αποδεκτές. Η πρόταση γ) θέλει υποστήριξη. Η πρόταση α) έχει και ιδεολογικό περιεχόμενο, το οποίο μπορεί σε μερικούς να δημιουργεί αμφιβολίες για το κατά πόσον είναι αληθής.
2. Δεν είναι ανάγκη να βρείτε συγκεκριμένη πηγή για να αναφερθείτε. Μπορείτε να αναφερθείτε σε μια υποθετική αυθεντία. Είναι καλό να μάθει ο μαθητής να παραπέμπει με το σωστό τρόπο.

Ενότητα 6

1. Παραδοχές που έχουν παραλειφθεί είναι οι εξής:
α) «Η πολιτική δύναμη των αγροτών εξαρτάται από το πλήθος τους σε σχέση με το συνολικό πληθυσμό».
β) 1. «Οι καπνιστές εισπνέουν μεγαλύτερες ποσότητες μονοξειδίου του άνθρακα από ότι οι μη καπνιστές». 2. «Η εισπνοή μονοξειδίου του άνθρακα έχει τις ίδιες επιπτώσεις στον άνθρωπο με αυτές στα ζώα».
γ) «Η ανάπτυξη φαρμάκων από άγρια φυτά πιθανότατα θα συνεχιστεί και στο μέλλον».
2. α) Επιχείρημα από άγνοια, β) Αποδίδουμε την ιδιότητα των μερών στο όλο. γ) Η λέξη "έλλειψη" χρησιμοποιείται με δύο διαφορετικές σημασίες. δ) Αποδίδουμε μια ιδιότητα ενός όλου σε ένα από τα μέρη να είμαστε υπεύθυνοι για τις πράξεις μας πρέπει να έχουμε δυνατότητα επιλογής και άρα ελευθερία βούλησης. η) Η λέξη "δημοκρατία" και η έκφραση "το καλλίτερο πολίτευμα" χρησιμοποιούνται με δύο διαφορετικές σημασίες.
3. Να προσέξουν οι μαθητές να γράψουν επιχειρήματα με πολύ απλό και κατανοητό για μικρά παιδιά τρόπο. Οι προκείμενες που θα επιλεγούν να ανταποκρίνονται στις γνώσεις και τη νοοτροπία των παιδιών του δημοτικού. Συγχρόνως να διατηρηθεί η λογική αναγκαιότητα των επιχειρημάτων.
4. Να προσπαθήσουν οι μαθητές να μπουν στη νοοτροπία των γονέων τους, ώστε τα επιχειρήματά τους να είναι πειστικά γι' αυτούς.
5. Τα θέματα να αναπτυχθούν με πληρότητα. Να δοθεί ιδιαίτερη σημασία στη σωστή οργάνωση και δομή της επιχειρηματολογίας.

Απαντήσεις στις εκτός κειμένου Ιστορίες

Ιστορία 1

Σχόλιο: Ο Ράσελ βέβαια δεν απέδειξε ότι αυτός είναι ο Πάπας! Απλά ισχυρίστηκε ότι η συνεπαγωγή «Αν 2+2=5, τότε εγώ είμαι ο Πάπας», είναι αληθής, πράγμα που ισχύει με βάση τον πίνακα αλήθειας του συνδέσμου αυτού (αφού η υπόθεση, δηλαδή η πρόταση «2+2=5», είναι ψευδής).

Ιστορία 2

Απάντηση: η τελική κατάταξη των ομάδων ήταν: Ε, Ζ, Δ, Α, Β, Γ.
Λύση: Ας ονομάσουμε p_1, p_2 τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας Α, P_3, P_4 τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας Β, ..., p_{11}, p_{12} τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας Ζ. Γνωρίζουμε κατ' αρχήν ότι ακριβώς τρεις από τις p_1-p_{12} είναι αληθείς, ενώ οι υπόλοιπες είναι ψευδείς. Λόγω του νοήματος των p_1-p_{12}, μερικές από αυτές, για παρά-

δειγμα οι p_7, p_{12}, αντιφάσκουν μεταξύ τους.

Είναι δυνατόν η Β να ήρθε πρώτη; Αν αυτό ήταν αλήθεια, θα πρεπε, οι p_3, p_4 να είναι και οι δυο αληθείς, οπότε θάπρεπε η Ζ να ήταν πρώτη, άτοπο! Άρα δεν ήρθε η Β πρώτη. Όμοια δείχνουμε ότι ούτε η Γ ούτε η Δ ήρθε πρώτη.

Μήπως άραγε ήρθε η Α πρώτη; Έστω ότι «ναι». Τότε ο προπονητής της έκανε δύο σωστές προβλέψεις δηλαδή αληθεύουν οι p_1, p_2, δηλαδή αληθεύει ότι η Β ήρθε δεύτερη και η Ζ πέμπτη. Επειδή η Β ήρθε δεύτερη ο προπονητής της έκανε μιά σωστή πρόβλεψη, δηλαδή μόνο μια από τις p_3, p_4 αληθεύει. Προφανώς όμως η p_3 δεν αληθεύει, αφού αντιφάσκει με την p_2 που αληθεύει, άρα αληθεύει η p_4. Αν όμως αληθεύει η p_4, δεν είναι δυνατό η Β να ήρθε δεύτερη. Άρα δεν ήρθε πρώτη η Α.

Όμοια προκύπτει ότι δεν ήρθε πρώτη η Ζ. Άρα έπεται ότι ήρθε πρώτη η Ε. Τότε αληθεύουν οι p_9, p_{10}, άρα η Β ήρθε πέμπτη και η Δ τρίτη. Τότε είναι ψευδείς, οι p_3, p_4 και οι p_7, p_8, συνεπώς η Γ δεν ήρθε δεύτερη και η Γ δεν ήρθε τέταρτη. Μένει λοιπόν, η περίπτωση ότι η Γ ήρθε έκτη. Αφού ο προπονητής της Α έκανε και τις δύο προβλέψεις λάθος, δεν μπορεί η ομάδα του να τελείωσε δεύτερη (αφού τότε μια από τις προβλέψεις του θα ήταν σωστή), άρα η Α ήρθε τέταρτη. Η μόνη ομάδα που μένει για τη δεύτερη θέση είναι η Ζ.

Ιστορία 3

Λύση Ας ονομάσουμε p_1,... p_{20} τις απαντήσεις που έδωσαν κατά σειρά ο Αδάμ, η Εύα κ.λπ., Από όσα γνωρίζουμε, έχουμε για τις ομάδες προτάσεων p_1-p_4, p_5-p_8, p_9-p_{12}, p_{13}-p_{16}, p_{17}-p_{20} ότι μια περιέχει ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις, μια ακριβώς τρεις αληθείς, μια ακριβώς δυο αληθείς, μια ακριβώς μια αληθή πρόταση και μια δεν περιέχει αληθή πρόταση. Ο ένοχος θα προκύψει από το σύνολο στο οποίο υπάρχουν ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις, αφού η κάθε ομάδα περιέχει μια κατηγορία.

Είναι άραγε δυνατόν οι προτάσεις p_{13}-p_{16} να είναι όλες αληθείς; Όχι, διότι οι p_{13}, p_{16} προφανώς αντιφάσκουν. Είναι μήπως δυνατόν οι προτάσεις p_9-p_{12} να είναι όλες αληθείς; Όχι, διότι τότε θα ήταν η p_{12} αληθής οπότε θα ήταν οι p_{17}-p_{20} αληθείς, πράγμα, αδύνατο, αφού τότε και ο Κάιν και το φίδι θα είχαν διατυπώσει ακριβώς τέσσερις αληθείς προτάσεις.

Επομένως υπάρχουν οι εξής τρεις περιπτώσεις:

α) όλες οι p_1-p_4 είναι αληθείς

β) όλες οι p_5-p_8 είναι αληθείς

γ) όλες οι p_{17}-p_{20} είναι αληθείς.

Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση όλες οι προτάσεις του Αδάμ να είναι αληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο τιμών αλήθειας, με βάση το περιεχόμενο:

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	p_{16}	p_{17}	p_{18}	p_{19}	p_{20}
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
Α	Α	Α	Α	Ψ	Α	Ψ	Α	Ψ	Α	;	Ψ	Ψ	;	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	;	;

Τότε όμως και η Εύα και ο Κάιν και ο Άβελ και το φίδι έχουν πει τουλάχιστον δύο ψέμματα ο καθένας οπότε δεν υπάρχει κανείς που είπε ακριβώς ένα ψέμμα, άτοπο.

Ας υποθέσουμε στη συνέχεια ότι όλες οι προτάσεις του φιδιού είναι α-

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	p_{16}	p_{17}	p_{18}	p_{19}	p_{20}
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
Ψ	Ψ	;	;	Ψ	Α	;	Ψ	Ψ	Α	Ψ	Α	Ψ	Α	;	Ψ	Α	Α	Α	Α

ληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο:

Τότε όμως κανείς δεν θα έχει ακριβώς τρεις αληθείς προτάσεις, άτοπο.

Μένει λοιπόν η περίπτωση η Εύα να έχει τέσσερις αληθείς προτάσεις, οπότε η αλήθεια είναι ότι ο Αδάμ έφαγε το μήλο. (Προκύπτει επίσης ότι το φίδι έχει τρεις αληθείς προτάσεις, ο Άβελ δύο αληθείς, ο Κάιν μια και ο Αδάμ καμιά).

Ιστορία 4

Λύση Ας ονομάσουμε p_1,..., p_9 τις απαντήσεις για τα χαρτιά (κατά σειρά) του Κώστα, του Νίκου και της Γεωργίας. Από τις υποθέσεις προκύπτει ότι ένας από τους τρεις είχε ακριβώς τρεις σωστές απαντήσεις, ένας είχε ακριβώς δυο σωστές και ο τρίτος δεν είχε καμιά σωστή.

Αν οι p_1-p_3 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν και οι p_4, p_6, p_8 αληθείς, οπότε ο Κώστας θα είχε τρεις σωστές απαντήσεις, ο Νίκος δύο και η Γεωργία μια, πράγμα που αποκλείεται. Αν οι p_7-p_9 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν η p_2 αληθής, που πάλι αποκλείεται (αφού κανείς δεν είχε ακριβώς μια σωστή απάντηση).

Άρα οι p_4-p_6 είναι αληθείς, πράγμα που συμβιβάζεται με το ότι ακριβώς δυο από τις p_1-p_3 είναι αληθείς και καμιά από τις p_7-p_9 δεν είναι αληθής.

Ιστορία 5

Λύση Από την υπόθεση β), ο καλύτερος και ο χειρότερος τενίστας έχουν την ίδια ηλικία. Από την υπόθεση α) ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα και ο χειρότερος τενίστας είναι διαφορετικά άτομα. Προφανώς ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα έχει την ίδια ηλικία με τον καλύτερο τενίστα. Άρα υπάρχουν τρεις άνθρωποι της ίδιας ηλικίας: ο καλύτερος τενίστας, ο/η δίδυμός του και ο χειρότερος τενίστας.

Φυσικά ο κ. Παπαδόπουλος δεν μπορεί να έχει την ίδια ηλικία με κάποιο παιδί του, άρα τα παιδιά του έχουν την ίδια ηλικία με την αδελφή του κ. Παπαδόπουλου. Αφού κανένα παιδί του κ. Παπαδόπουλου δεν μπορεί να είναι δίδυμο με την αδελφή του κ. Παπαδόπουλου, έπεται ότι ο γιος και η κόρη του κ. Παπαδόπουλου είναι δίδυμοι. Επειδή ο γιος και η αδελφή του κ. Παπαδόπουλου έχουν αντίθετο φύλο, έπεται από την α) ότι ο χειρότερος τενίστας είναι η αδελφή και ο καλύτερος η κόρη του κ. Παπαδόπουλου.

Ιστορία 6

Λύση Ας καλέσουμε p_1 την πρόταση «Ο Αλέκος είναι ψηλός», p_2 την «Ο Αλέκος είναι μελαχρινός», p_3 την «Ο Αλέκος είναι ωραίος» και p_4, p_5, p_6 τις αντίστοιχες προτάσεις για το Βασίλη, p_7, p_8, p_9 τις αντίστοιχες προτάσεις για το Γιώργο και p_{10}, p_{11}, p_{12} τις αντίστοιχες προτάσεις για το Δημήτρη.

Από την αρχική υπόθεση προκύπτει ότι ακριβώς μια ομάδα από τις p_1-p_3, p_4-p_6, p_7-p_9, p_{10}- p_{12} έχει όλες τις προτάσεις της αληθείς (αφού μόνο ένας από τους άνδρες έχει όλα τα επιθυμητά χαρακτηριστικά).

Η υπόθεση α) λέει τα εξής: ακριβώς τρεις από τις p_1, p_4, p_7, p_{10} είναι αληθείς, ακριβώς δυο από τις p_2, p_5, p_8, p_{11} είναι αληθείς και ακριβώςμια από τις p_3, p_6, p_9, p_{12} είναι αληθής.

Η υπόθεση β) λέει ότι τουλάχιστον μια από τις p_1-p_3, τουλάχιστον μια από τις p_4-p_6, τουλάχιστον μια από τις p_7-p_9 και τουλάχιστον μια από τις p_{10}-p_{12} είναι αληθής.

Η υπόθεση γ) λέει ότι οι τιμές αλήθειας των p_1-p_3 είναι ίδιες με αυτές των p_4-p_6.

Η υπόθεση δ) λέει ότι οι p_4, p_7 είναι είτε αληθείς είτε ψευδείς και οι δυο.

Τέλος, η υπόθεση ε) λέει ότι μια από τις p_7, p_{10} είναι ψευδής.

Αρχίζουμε τώρα να αντιστοιχούμε τιμές αλήθειας στις $p_1, \ldots, p_{12}$. Επειδή ισχύουν οι γ), δ) οι p_1, p_4, p_7 είναι αληθείς. Άρα, με βάση την ε), η p_{10} είναι ψευδής. Λόγω της β), τουλάχιστον μια από τις p_{11}, p_{12} είναι αληθής, δηλαδή ισχύει μια από τις εξής περιπτώσεις:

1) p_{11} Α, p_{12} Α   2) p_{11} Α, p_{12} Ψ   3) p_{11} Ψ, p_{12} Α

Όμως μόνο ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία είναι ωραίος και ο Δημήτρης δεν είναι αυτός (αφού δεν είναι ψηλός), άρα η πρώτη και η τρίτη περίπτωση δεν είναι αποδεκτές. Συνεπώς η τιμή της p_{11} είναι Α και της p_{12} είναι Ψ. Λόγω της α), μόνο δύο από τις p_2, p_5, p_8, p_{11} είναι αληθείς και λόγω της γ) οι p_2, p_5 έχουν την ίδια τιμή. Αν οι p_2, p_5 είχαν τιμή Α, τότε θα υπήρχε αντίφαση, αφού (είδαμε ότι) και η p_{11} είναι Α. Συνεπώς οι p_2, p_5 είναι ψευδείς, οπότε η p_8 είναι αληθής.

Προφανώς τώρα στους Αλέκο, Βασίλη και Δημήτρη λείπει τουλάχιστον ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό, άρα ο Γιώργος είναι ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία.

Ιστορία 7

Λύση Ας καλέσουμε p_1 την πρόταση «ο Κώστας είναι μελετηρός», p_2 την «Ο Κώστας θα περάσει στα Μαθηματικά» και p_3 την «Ο Κώστας θα περάσει στην Πληροφορική», p_4 την «Ο Νίκος είναι μελετηρός», p_5 την «Ο Νίκος θα περάσει την Πληροφορική», p_6 την «Ο Νίκος θα περάσει στα Μαθηματικά», p_7 την «Ο Χάρης είναι μελετηρός» και p_8 την «Ο Χάρης θα περάσει στα Μαθηματικά».

Από αυτά που είπαν οι τρεις μαθητές, ξέρουμε ότι είναι αληθείς οι εξής προτάσεις:

α) $(\neg p_1) \rightarrow (\neg p_2)$ γ) $(\neg p_4) \rightarrow (\neg p_5)$ ε) $(\neg p_7) \rightarrow (\neg p_8)$

β) $p_1 \rightarrow p_3$ δ) $p_4 \rightarrow p_6$ στ) $p_7 \rightarrow p_8$

Έστω ότι p_1 είναι αληθής. Τότε, λόγω της β) και η p_3 είναι αληθής. Άρα, λόγω της υπόθεσης 2), η p_2 είναι ψευδής. Όμως υπάρχει μόνο έ-

νας μελετηρός μαθητής, άρα οι p_4 και p_7 πρέπει να είναι ψευδείς. Από τις γ), ε) έπεται ότι οι p_5, p_8 θα είναι ψευδείς, πράγμα που αντιφάσκει με την υπόθεση 2) (δηλαδή ο Κώστας είναι ο μόνος που δεν θα περάσει στα Μαθηματικά). Αποκλείεται λοιπόν να είναι ο Κώστας μελετηρός.
Όμοια αποκλείεται να είναι μελετηρός ο Χάρης. Άρα ο μελετηρός μαθητής είναι ο Νίκος.

Ιστορία 8

Λύση Έστω p_1, p_2, p_3 οι προτάσεις αντίστοιχα «Ο Α είναι ένοχος», «Ο Β είναι ένοχος», «ο Γ είναι ένοχος». Από τις υποθέσεις, έχουμε ότι
α) ο προτασιακός τύπος $p_1 \wedge (\neg p_2) \rightarrow p_3$ είναι αληθής
β) ο προτασιακός τύπος $p_3 \rightarrow (p_1 \vee p_2)$ είναι αληθής
γ) οι προτασιακοί τύποι $p_1 \rightarrow (\neg p_3)$, $p_3 \rightarrow (\neg p_1)$ είναι αληθείς
δ) ο προτασιακός τύπος $p_1 \vee p_2 \vee p_3$ είναι αληθής.
Λόγω της δ), η p_1 ή p_2 ή p_3 είναι αληθής.
Αν η p_2 είναι αληθής, προφανώς ο Β είναι ένοχος.
Έστω τώρα ότι ο Α είναι ένοχος, δηλαδή η p_1 είναι αληθής. Τότε δεν είναι δυνατόν ταυτόχρονα οι p_2, p_3 να είναι ψευδείς γιατί αλλιώς ο $p_1 \wedge (\neg p_2) \rightarrow p_3$ θα ήταν ψευδής. Λόγω του γ) όμως, η p_3 είναι ψευδής, άρα η p_2 είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι ένοχος.
Τέλος, έστω ότι ο Γ είναι ένοχος, δηλαδή η p_3 είναι αληθής. Τότε, λόγω γ) η p_1 είναι ψευδής.
Όμως, λόγω του β), ο $p_1 \vee p_2$ πρέπει να είναι αληθής, άρα η p_2 είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι πάλι ένοχος.
Σε κάθε περίπτωση λοιπόν ο Β είναι ένοχος.