

ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

1<sup>ο</sup> ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.

8/11/2018.

Άσκηση 1. Έστω  $A = \{0, \{1\}\}$ . Ποιές από τις ακόλουθες δηλώσεις αληθεύουν και γιατί;

$$0 \in A, \quad \{0\} \subset A, \quad \{1\} \subseteq A. \quad (1 \text{ μον.})$$

Άσκηση 2. Δείξτε τα ακόλουθα σύνολα α) με αναγραφή των στοιχείων τους και β) με αναδρομή:

$$\{x \in \mathbb{Z} : x \text{ πολλαπλάσιο του } 5\}, \quad \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x < 10\}$$

(με  $\mathbb{N}$  συμβολίζεται το σύνολο των φυσικών αριθμών και με  $\mathbb{Z}$  το σύνολο των ακεραίων αριθμών). (1 μον.)

Άσκηση 3. Βρείτε τα στοιχεία του δυναμοσυνόλου του συνόλου

$$A = \{1, \{2\}, 3\}. \quad (1,5 \text{ μον.})$$

Άσκηση 4. Έστω  $A = \{b, c, 2\}$  και  $B = \{2, 3\}$ . Δείξτε, με αναγραφή των στοιχείων τους, τα σύνολα  $A \times (B \cup A)$ ,  $(B - A) \times (A - B)$ .

(1 μον.)

Άσκηση 5. Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας νόμους της άλγεβρας συνόλων, ότι για οποιαδήποτε σύνολα  $A, B, C$  ισχύει ότι

$$(A - C) - (B - C) = (A - B) - C. \quad (2,5 \text{ μον.})$$

Άσκηση 6. Έστω  $A = \{a\}$  και  $B = \{1, 2, 3\}$ . Ποιές είναι οι δυνατές σχέσεις από το  $A$  στο  $B$  και γιατί; Ποιές από τις σχέσεις αυτές είναι συναρτήσεις από το  $A$  στο  $B$ ; Ποιές από τις συναρτήσεις είναι 1-1 και ποιές επί; (1,5 μον.)

Άσκηση 7. Έστω  $A = \{a, b, c, d\}$  και  $R$  σχέση στο  $A$  με

$$R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, a \rangle\}.$$

α) Προσδιορίστε τις ιδιότητες της  $R$ , της αντίστροφης σχέσης  $R^{-1}$  και της συμπληρωματικής σχέσης  $R'$ . (1 μ.ο.)

β) Αν κάποια από τις σχέσεις  $R, R^{-1}, R'$  είναι σχέση ισοδυναμίας, βρείτε την διαμέριση που επαγάγει στην  $A$ . (1 μ.ο.)

Άσκηση 8. Δώστε παράδειγμα σχέσης στο σύνολο  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  που είναι (ταυτόχρονα) ανακλαστική και συμμετρική, αλλά όχι μεταβατική. (1,5 μ.ο.)

Άσκηση 9. Έστω ότι  $R$  και  $S$  είναι σχέσεις ισοδυναμίας στο σύνολο  $A$ . Δείξτε ότι και η σχέση  $R \cap S$  είναι επίσης σχέση ισοδυναμίας στο  $A$ . (2 μ.ο.)

Άσκηση 10. Έστω  $A = \{a, b, c, d\}$  και  $R$  η σχέση στο  $A$  που ορίζεται  $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle d, d \rangle, \langle c, c \rangle, \langle b, b \rangle \}$ .

α) Εξετάστε αν η  $R$  είναι σχέση ισοδυναμίας στο  $A$ . Αν είναι, βρείτε τη διαμέριση που επαγάγει η  $R$  στο  $A$ . (1 μ.ο.)

β) Βρείτε τη σχέση ισοδυναμίας που επαγάγει την ανόμοια διαμέριση στο  $A$ :  $C = \{ \{a, b, c, d\} \}$ . (1 μ.ο.)

Παράδοση λύσεων. Οι λύσεις πρέπει να παραδοθούν στον διδάσκοντα (σε χαρτί ή σκαναρισμένες) μέχρι τις 9.30 π.μ. την Πέμπτη, 15/11/2018.