

ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΤΥΤΙ 2

30/12/2019.

Άσκηση 1. Αποδείξτε αναγκαστικά ότι το X είναι σταθιρότητα άπειρο (δηλαδή ότι $X \sim \mathbb{N}$), όπου X είναι το σύνολο $\left\{ -\frac{1}{n+5} : n \text{ φυσικός αριθμός, } n \geq 2 \right\}$ και \mathbb{N} είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών. (2 μορ.)

Άσκηση 2. Αποδείξτε αναγκαστικά ότι $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{N}_4 \sim \mathbb{N}$, όπου \mathbb{Z}_3 είναι το σύνολο των ακεραίων που είναι θετικοί και πολλαπλάσια του 3 και \mathbb{N}_4 είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών που είναι πολλαπλάσια του 4. (2 μορ.)

Άσκηση 3. Εκφράστε συμβολικά τις ακόλουθες προτάσεις, αναγράφοντας ποιά σύμβολα (προτασιακές μεταβλητές) χρησιμοποιείτε ανά για ποιές απλές προτάσεις (της ελληνικής γλώσσας).

α) Ίκανη συνθήκη για την απόκτηση πτυχίου του Πλήματος ΙΦΕ, είναι η επιτυχής παρακολούθηση 40 μαθημάτων και 2 εργασιών.

β) Αν ο Πρύτανης δεν γείψει, η ορκωμοσία θα γίνει την Τρίτη, αλλιώς θα γίνει την Πέμπτη.

γ) Η ανεργία θα αυξηθεί, αν δεν γίνουν επενδύσεις.

δ) Τα επιτόκια δανεισμών θα μειωθούν, μόνο αν παρέμβει η Τράπεζα της Ελλάδος ή ανέβει ο δείκτης του χρηματιστηρίου.

ε) Το επιχείρημα είναι λογικά αρθρό τότε και μόνον τότε αν είναι λογικά έγκυρο και όλες οι προκείμενες είναι αληθείς.

(1,5 μορ.)

Άσκηση 4. Εξετάστε αν ο προτασιακός τύπος

$$((\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \& r)$$

είναι ή όχι ταυτολογία, χρησιμοποιώντας

α) πίνακα αλήθειας (1 μον.)

β) τη μέθοδο "μεθόδου ψευδοποίησης" (1 μον.).

Άσκηση 5. Θεωρούμε τους προτασιακούς τύπους

$$(\neg p \rightarrow (q \vee p)), \quad ((p \& \neg q) \vee (p \rightarrow q)).$$

α) Συναγεται λογικά ο πρώτος τον δεύτερο και γιατί; (1 μον.)

β) Είναι αυτοί οι προτασιακοί τύποι λογικά ισοδύναμοι ή όχι και γιατί; (0,5 μον.)

Άσκηση 6. Χρησιμοποιώντας την αρχή αντικατάστασης και νόμους της προτασιακής λογικής, να απλοποιήσετε τον παρακάτω προτασιακό τύπο

$$\neg p \& [(p \& q) \vee (p \& r)]. \quad (1 \text{ μον.})$$

Παράδοση λύσεων. Μέχρι τις 12.00 μ. την Δευτέρα, 13/1/2020.