

ΠΜΣ ΙΦΕΤ  
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ "ΛΟΓΙΚΗ"  
1/7/2022

Θέμα 1<sup>ο</sup>: Χρησιμοποιώντας νόμους της προτασιακής λογικής, να απλοποιήσετε τον προτασιακό τύπο

$$((p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \rightarrow (p \vee r) \quad (1,5 \text{ μον.})$$

Θέμα 2<sup>ο</sup>: Να δείξετε ότι το σύνολο  $\{\downarrow\}$  είναι πλήρες (ή επαρκές) σύνολο συνδέσμων, όπου  $\downarrow$  είναι ο σύνδεσμος που αντιστοιχεί στην έκφραση "όχι...όχι...". (1,5 μον.)

Θέμα 3<sup>ο</sup>: Δώστε τυπική απόδειξη εγκυρότητας για την επιχειρηματική μορφή

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow (r \wedge s)) \quad (p \wedge q) \wedge u}{r \vee s},$$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο έμφανους απόδειξης. (1,5 μον.)

Θέμα 4<sup>ο</sup>: Θεωρούμε το ακόλουθο μοντέλο

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$[N] = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$[A] = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 8 \rangle, \langle 2, 8 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 1, 6 \rangle, \langle 2, 8 \rangle, \langle 3, 9 \rangle, \langle 2, 10 \rangle, \langle 1, 7 \rangle, \langle 1, 8 \rangle, \langle 1, 9 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 5, 10 \rangle, \langle 1, 10 \rangle \}$$

$$[M] = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$[Z] = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$[d] = 5, [e] = 1.$$

(α) Είναι (και γιατί) αληθής ή ψευδής στο μοντέλο η πρόταση

$$\forall x (\exists y) [N(y) \wedge A(x, y)] \vee Z(d) \quad ; \quad (1 \text{ μον.})$$

(β) Υπάρχει (και γιατί) αποτίμηση στο μοντέλο που ικανοποιεί τον τύπο

$$M(x) \& (Hy) [A(d,y) \rightarrow A(x,y)] ; \quad (1 \text{ μορ.})$$

(γ) Υπάρχει (και γιατί) αποτίμηση στο μοντέλο που δεν ικανοποιεί τον τύπο του ερωτήματος (β); (1 μορ.)

Θέμα 5<sup>ο</sup> Εκφράστε σε συμβολική μορφή το ακόλουθο επιχείρημα και αποδείξτε τυπικά ότι η αντίστοιχη επιχειρηματική μορφή είναι έγκυρη.

Όλοι οι κροσενικοί χιματζίδες μπορούν να λύσουν οποιοδήποτε πρόβλημα. Υπάρχει τουλάχιστον ένα πρόβλημα. Κάθε χιματζίς που μπορεί να λύσει κάποιο πρόβλημα θα πάρει μια μπανάνα. Ο Chico είναι κροσενικός χιματζίς. Άρα ο Chico θα πάρει μια μπανάνα.

(2,5 μορ.)

Σημείωση. Για να περάσετε, πρέπει να πάρετε τουλάχιστον 3 μονάδες από τα θέματα 4 και 5.

## Λύση θέματος 5 εξέτασης 1/7/2022

Τα κατηγορηματικά σύμβολα που θα χρειαστούμε είναι τα ακόλουθα.

$X(x)$ : το  $x$  είναι άρσενικός χιμπατζής

$\Pi(y)$ : το  $y$  είναι πρόβλημα

$\Lambda(x, y)$ : το  $x$  λύνει το  $y$

$M(x)$ : το  $x$  θα πάρει μια μπανάνα.

Οι υποθέσεις συμβολίζονται ως εξής:

1.  $(\forall x) [X(x) \rightarrow (\forall y)(\Pi(y) \rightarrow \Lambda(x, y))]$

2.  $(\exists y) \Pi(y)$

3.  $(\forall x) [X(x) \wedge (\exists y)(\Pi(y) \wedge \Lambda(x, y)) \rightarrow M(x)]$

4.  $X(c)$  (όπου  $c$  ατομική σταθερά που συμβολίζει τον Chico).

και το επιθυμητό συμπέρασμα συμβολίζεται ως  $M(c)$ .

Η τυπική απόδειξη της επιχειρηματικής μορφής είναι η ακόλουθη:

Αρχίζουμε με τα 1.-4. ως υποθέσεις

5.  $\Pi(d)$  2, καν. υπάρξ. συμπερ.

6.  $X(c) \rightarrow (\forall y)(\Pi(y) \rightarrow \Lambda(c, y))$  1, καν. καθ. συμπερ.

7.  $(\forall y)(\Pi(y) \rightarrow \Lambda(c, y))$  4, 6, Modus Ponens

8.  $\Pi(d) \rightarrow \Lambda(c, d)$  7, καν. καθ. συμπερ.

9.  $\Lambda(c, d)$  5, 8, Modus Ponens
10.  $\Pi(d) \wedge \Lambda(c, d)$  5, 9, καν. σύζευξης
11.  $(\exists \gamma) (\Pi(\gamma) \wedge \Lambda(c, \gamma))$  10, καν. υπαρξ-γενικ.
12.  $\chi(c) \wedge (\exists \gamma) (\Pi(\gamma) \wedge \Lambda(c, \gamma))$  4, 11, καν. σύζευξης
13.  $\chi(c) \wedge (\exists \gamma) (\Pi(\gamma) \wedge \Lambda(c, \gamma)) \rightarrow M(c)$  3, καν. καθορ-συγκ.
14.  $M(c)$  12, 13, Modus Ponens

Υπενθυμίζω ότι το αρχικό επιχείρημα ήταν το:

Όλοι οι αρσενικοί χιμπατζήδες μπορούν να λύσουν οποιοδήποτε πρόβλημα. Υπάρχει τουλάχιστον ένα πρόβλημα. Κάθε (αρσενικός) χιμπατζής που μπορεί να λύσει κάποιο πρόβλημα θα πάρει μια μπανάνα. Ο Chico είναι αρσενικός χιμπατζής. Άρα ο Chico θα πάρει μια μπανάνα.