

Υποθετικές Δηλώσεις και Υλική Συνεπαγωγή¹

Μετάφραση: Κ. Δημητρακόπουλος

Όταν δύο δηλώσεις συνδυάζονται με την τοποθέτηση της λέξης “αν” πριν από την πρώτη και την εισαγωγή της λέξης “τότε” μεταξύ τους, η σύνθετη δήλωση που προκύπτει είναι μια προϋποθετική (δήλωση) (που καλείται επίσης υποθετική, συνεπαγωγή ή συνεπαγωγική δήλωση). Σε μια προϋποθετική δήλωση, η συνιστώσα δήλωση μεταξύ του “αν” και του “τότε” καλείται η ηγούμενη (ή συνεπάγουσα ή – σπάνια – πρότασις), και η συνιστώσα δήλωση που έπεται της λέξης “τότε” είναι η επόμενη (ή συνεπαγόμενη ή – σπάνια – απόδοσις). Για παράδειγμα, η “Αν ο κ. Τζόουνς είναι ο διπλανός γείτονας του τροχοπεδητή, τότε ο κ. Τζόουνς κερδίζει ακριβώς τρεις φορές όσα ο τροχοπεδητής” είναι μια υποθετική δήλωση, στην οποία η “ο κ. Τζόουνς είναι ο διπλανός γείτονας του τροχοπεδητή” είναι η προηγούμενη, και η “ο κ. Τζόουνς κερδίζει ακριβώς τρεις φορές όσα ο τροχοπεδητής” είναι η επόμενη.

Μια υποθετική δήλωση ισχυρίζεται ότι η ηγούμενή της συνεπάγεται την επομένη της. Δεν ισχυρίζεται ότι η ηγούμενη είναι αληθής, αλλά μόνο ότι αν η ηγούμενή της είναι αληθής, τότε η επομένη της είναι επίσης αληθής. Δεν ισχυρίζεται ότι η επομένη της είναι αληθής, αλλά μόνο ότι η επομένη της είναι αληθής αν η ηγούμενή της είναι αληθής. Το ουσιαστικό νόημα μιας υποθετικής δήλωσης είναι η σχέση συνεπαγωγής που βεβαιώνεται ότι ισχύει μεταξύ της ηγούμενης και της επόμενης, με αυτή τη σειρά. Για να κατανοήσουμε το νόημα μιας υποθετικής δήλωσης, λοιπόν, πρέπει να κατανοήσουμε τι είναι συνεπαγωγή.

Καταρχήν είναι δυνατό ότι ίσως η λέξη “συνεπαγωγή” έχει περισσότερα από μία σημασίες. Κρίναμε ότι ήταν απαραίτητο να διακρίνουμε διαφορετικές σημασίες της λέξης “ή” πριν να εισαγάγουμε ένα ειδικό λογικό σύμβολο που αντιστοιχεί ακριβώς σε μία μόνο από τις σημασίες της λέξης. Αν δεν το είχαμε κάνει, η ασάφεια της λέξης θα είχε μολύνει το λογικό μας συμβολισμό και θα τον είχε εμποδίσει να επιτύχει τη σαφήνεια και ακρίβεια που στοχεύαμε. Θα είναι εξίσου σημαντικό να διακρίνουμε τις διαφορετικές σημασίες της “συνεπάγεται” ή “αν-τότε”, πριν εισαγάγουμε ένα ειδικό λογικό σύμβολο σε σύνδεση με αυτές τις εκφράσεις.

Ας αρχίσουμε αναφέροντας διαφορετικές υποθετικές δηλώσεις, καθεμιά από τις οποίες φαίνεται να βεβαιώνει ένα διαφορετικό τύπο συνεπαγωγής, και σε καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί μια διαφορετική

¹ Πρόκειται για την ενότητα 8.3 του βιβλίου *Introduction to Logic* (4η έκδοση, 1972) του Irving M. Copi.

σημασία της έκφρασης “αν-τότε”.

- A. Αν όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί και ο Σωκράτης είναι άνθρωπος, τότε ο Σωκράτης είναι θνητός.
- B. Αν ο κ. Μπλακ είναι εργένης, τότε ο κ. Μπλακ είναι άγαμος.
- C. Αν εμβαπτίσουμε μπλε χαρτί ηλιοτροπίου σε οξύ, τότε το χαρτί ηλιοτροπίου θα γίνει κόκκινο.
- D. Αν η ομάδα χάσει το παιχνίδι εντός έδρας, τότε θα φάω το καπέλο μου.

Ακόμη και μια πρόχειρη ανάγνωση αυτών των τεσσάρων υποθετικών δηλώσεων αποκαλύπτει ότι αυτές ανήκουν σε αρκετά διαφορετικούς τύπους. Η επόμενη του A έπεται λογικά από την ηγούμενή της, ενώ η επόμενη του B έπεται από την ηγούμενή της με βάση τον ίδιο τον ορισμό του όρου “εργένης”, ο οποίος σημαίνει ανύπαντρος άνδρας. Η επομένη του C δεν έπεται από την ηγούμενή της ούτε με βάση μόνο τη λογική ούτε με βάση τον ορισμό των όρων της: η σύνδεση πρέπει να ανακαλυφθεί εμπειρικά, διότι η συνεπαγωγή που δηλώνεται εδώ είναι αιτιακή. Τέλος, η επόμενη του D δεν έπεται από την ηγούμενή της ούτε με λογική ούτε με βάση ορισμό, ούτε εμπλέκεται κάποιος αιτιακός νόμος – με τη συνήθη σημασία του όρου. Οι περισσότεροι αιτιακοί νόμοι, αυτοί που έχουν ανακαλυφθεί στη Φυσική και τη Χημεία, για παράδειγμα, περιγράφουν τι συμβαίνει στον κόσμο ανεξάρτητα από τις ελπίδες ή επιθυμίες των ανθρώπων. Δεν υπάρχει κανένας τέτοιος νόμος που συνδέεται με τη δήλωση D, φυσικά. Αυτή η δήλωση αναφέρεται σε μια απόφαση του ομιλητή να συμπεριφερθεί με συγκεκριμένο τρόπο κάτω από συγκεκριμένες περιστάσεις.

Οι τέσσερις υποθετικές δηλώσεις που εξετάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο είναι διαφορετικές, κατά το ότι καθμιά βεβαιώνει ένα διαφορετικό τύπο συνεπαγωγής μεταξύ της ηγούμενης και της επομένης της. Αλλά δεν είναι εντελώς διαφορετικές: όλες βεβαιώνουν τύπους συνεπαγωγής. Υπάρχει άραγε κάποια αναγνωρίσιμη κοινή σημασία, κάποια μερική σημασία που είναι κοινή σε αυτούς τους ομολογουμένως διαφορετικούς τύπους συνεπαγωγής, αν και ίσως όχι ολόκληρη ή πλήρης σημασία κάποιας από αυτές;

Η αναζήτηση μιας κοινής μερικής σημασίας αποκτά πρόσθετη σημαντικότητα όταν θυμηθούμε τη διαδικασία μας για την επεξεργασία μιας συμβολικής αναπαράστασης για τη λέξη “ή”. Σε εκείνη την περίπτωση ενεργήσαμε ως εξής. Πρώτο: δώσαμε έμφαση στη διαφορά μεταξύ των δύο σημασιών εκείνης της λέξης, αντιπαραβάλλοντας την εγκλειστική

με την αποκλειστική διάζευξη. Η εγκλειστική διάζευξη δύο δηλώσεων διαπιστώθηκε ότι σημαίνει ότι τουλάχιστον μία από τις δηλώσεις είναι αληθής, και η αποκλειστική διάζευξη δύο δηλώσεων διαπιστώθηκε ότι σημαίνει ότι τουλάχιστον μία από τις δηλώσεις είναι αληθής αλλά δεν είναι και οι δύο αληθείς. Δεύτερο: σημειώσαμε ότι αυτοί οι δύο τύποι διάζευξης είχαν μια κοινή μερική σημασία. Αυτή η μερική κοινή σημασία, ότι τουλάχιστον ένα από τα μέρη της διάζευξης είναι αληθές, φάνηκε να είναι η πλήρης σημασία του ασθενούς, εγκλειστικού “ή”, και ένα μέρος της σημασίας του ισχυρού, αποκλειστικού “ή”. Στη συνέχεια, εισαγάγαμε το ειδικό σύμβολο “∨” για να αναπαραστήσουμε την κοινή μερική σημασία (η οποία ήταν ολόκληρη η σημασία του “ή” με την εγκλειστική έννοια). Τρίτο: σημειώσαμε ότι το σύμβολο που αναπαριστά την κοινή μερική σημασία αποτελούσε μια επαρκή μετάφραση και των δύο σημασιών της λέξης “ή” για το σκοπό της διατήρησης του Διαζευκτικού Συλλογισμού ως μιας έγκυρης επιχειρηματικής μορφής. Έγινε δεκτό ότι μεταφράζοντας ένα αποκλειστικό “ή” με το σύμβολο “∨” αγνόησε και έχασε μέρος της σημασίας της λέξης. Αλλά το μέρος της σημασίας της που διατηρείται από αυτή τη μετάφραση είναι ό,τι χρειάζεται για να παραμείνει ο Διαζευκτικός Συλλογισμός μια έγκυρη επιχειρηματική μορφή. Επειδή ο Διαζευκτικός Συλλογισμός είναι τυπικός για επιχειρήματα που εμπλέκουν τη διάζευξη με την οποία ασχολούμαστε εδώ, αυτή η μερική μετάφραση της λέξης “ή”, η οποία ίσως αφαιρεί κάτι από την “ολική” ή “πλήρη” σημασία σε μερικές περιπτώσεις, είναι πλήρως επαρκής για τους σκοπούς μας εδώ.

Τώρα θέλουμε να ακολουθήσουμε πάλι την ίδια προσέγγιση, αυτή τη φορά σε σύνδεση με την έκφραση “αν-τότε”. Το πρώτο μέρος έχει ήδη επιτευχθεί: έχουμε ήδη δώσει έμφαση στις διαφορές μεταξύ κάποιων τεσσάρων σημασιών της έκφρασης “αν-τότε”, που αντιστοιχούν σε τέσσερις διαφορετικούς τύπους συνεπαγωγής. Είμαστε τώρα έτοιμοι για το δεύτερο βήμα, που είναι να ανακαλύψουμε μια σημασία που αποτελεί τουλάχιστον ένα μέρος της σημασίας και των τεσσάρων διαφορετικών τύπων συνεπαγωγής.

Ένας τρόπος να προσεγγίσουμε το πρόβλημα είναι να ρωτήσουμε ποιές περιστάσεις θα επαρκούσαν για να αποδείξουμε το ψεύδος μιας δοθείσας υποθετικής δήλωσης. Ας θεωρήσουμε άλλο ένα παράδειγμα. Υπό ποιές συνθήκες θα συμφωνούσαμε ότι η υποθετική δήλωση

Αν εμβαπτίσουμε μπλε χαρτί ηλιοτροπίου σε οξύ, τότε το χαρτί ηλιοτροπίου θα γίνει κόκκινο.

είναι ψευδής; Υπάρχουν, φυσικά, πολλοί τρόποι να ερευνήσουμε την αλή-

θεια μιας τέτοιας δήλωσης, και δεν εμπλέκουν όλοι την πραγματική εμφάνιση μπλε χαρτιού ηλιοτροπίου στο διάλυμα. Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιον άλλο χημικό δείκτη, και αν αυτός δείξει ότι το διάλυμα είναι οξύ, αυτό θα επιβεβαιώνει ότι είναι αληθής η δοθείσα υποθετική δήλωση, αφού γνωρίζουμε ότι το μπλέ χαρτί ηλιοτροπίου πάντα γίνεται κόκκινο σε οξύ. Από την άλλη πλευρά, αν έδειχνε ότι το διάλυμα είναι αλκαλικό, αυτό θα έτεινε να δείξει ότι η δοθείσα υποθετική δήλωση είναι ψευδής. Είναι σημαντικό να συνειδητοποιήσουμε ότι αυτή η υποθετική δήλωση δε βεβαιώνει ότι οποιοδήποτε μπλε χαρτί ηλιοτροπίου τοποθετείται πράγματι στο διάλυμα, ή ότι οποιοδήποτε χαρτί ηλιοτροπίου πράγματι γίνεται κόκκινο. Βεβαιώνει απλά ότι αν μπλε χαρτί ηλιοτροπίου εμβαπτιστεί πράγματι στο διάλυμα, τότε το χαρτί θα γίνει κόκκινο. Αποδεικνύεται ότι είναι ψευδής στην περίπτωση που πράγματι εμβαπτίσουμε χαρτί ηλιοτροπίου στο διάλυμα και αυτό δεν γίνεται κόκκινο. Η δοκιμή με το οξύ, ας πούμε, σχετικά με το ψεύδος μιας υποθετικής δήλωσης είναι διαθέσιμη όταν η ηγούμενή της είναι αληθής, διότι αν η επόμενη της είναι ψευδής ενώ η ηγούμενή της είναι αληθής, η ίδια η υποθετική δήλωση αποδεικνύεται ψευδής με αυτό τον τρόπο.

Οποιαδήποτε υποθετική δήλωση της μορφής “Αν p τότε q ” είναι γνωστό ότι είναι ψευδής στην περίπτωση που η σύζευξη $p \cdot \sim q$ είναι γνωστό ότι είναι ψευδής, δηλαδή, στην περίπτωση που η ηγούμενή της είναι αληθής και η επόμενη της είναι ψευδής. Για να είναι μια υποθετική δήλωση ψευδής, λοιπόν, η σύζευξη που υποδείχθηκε πρέπει να είναι ψευδής, δηλαδή, η άρνησή της $\sim(p \cdot \sim q)$ πρέπει να είναι αληθής. Με άλλα λόγια, για να είναι αληθής οποιαδήποτε υποθετική δήλωση, η $\sim(p \cdot \sim q)$, η άρνηση της σύζευξης της ηγούμενής της με την άρνηση της επόμενής της, πρέπει επίσης να είναι αληθής. Θα μπορούσαμε, λοιπόν, να θεωρήσουμε την $\sim(p \cdot \sim q)$ ως ένα μέρος της σημασίας της “Αν p τότε q ”.

Κάθε υποθετική δήλωση σημαίνει την άρνηση ότι η ηγούμενή της είναι αληθής και η επόμενη της ψευδής, αλλά αυτό δεν απαιτείται να είναι ολόκληρη η σημασία της. Μια υποθετική δήλωση όπως η A που είδαμε βεβαιώνει επίσης μια λογική σύνδεση μεταξύ της ηγούμενης και της επόμενης, μία όπως η B βεβαιώνει μια οριστική σύνδεση, όπως η C μια αιτιακή σύνδεση, όπως η D μια σύνδεση απόφασης. Αλλά οποιοσδήποτε τύπος συνεπαγωγής κι αν βεβαιώνεται από μια υποθετική δήλωση, μέρος της σημασίας της είναι η άρνηση της σύζευξης της ηγούμενής της με την άρνηση της επόμενής της.

Τώρα εισάγουμε ένα ειδικό σύμβολο για να αναπαραστήσουμε αυτή την κοινή μερική σημασία της έκφρασης “αν-τότε”. Ορίζουμε το νέο σύμβολο “ \supset ” (που καλείται πέταλο) παίρνοντας την έκφραση $p \supset q$ ως συ-

ντομογραφία της $\sim(p \cdot \sim q)$. Η ακριβής σημασία του συμβόλου “ \supset ” μπορεί να υποδειχθεί με τη βοήθεια ενός πίνακα αλήθειας:

p	q	$\sim q$	$p \cdot \sim q$	$\sim(p \cdot \sim q)$	$p \supset q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	T	T

Εδώ οι πρώτες δύο στήλες είναι οι στήλες-οδηγοί, η τρίτη συμπληρώνεται με αναφορά στη δεύτερη, η τέταρτη με αναφορά στην πρώτη και την τρίτη, η πέμπτη με αναφορά στην τέταρτη, και η έκτη είναι ταυτοτικά ίδια με την πέμπτη εξ ορισμού.

Το σύμβολο “ \supset ” δεν θα πρέπει να θεωρηθεί ότι δηλώνει τη σημασία της έκφρασης “αν-τότε” ή αντιπροσωπεύει τη σχέση της συνεπαγωγής. Αυτό θα ήταν αδύνατο, διότι δεν υπάρχει μοναδική σημασία της “αν-τότε”: υπάρχουν πολλές σημασίες. Δεν υπάρχει μοναδική σχέση συνεπαγωγής για να αναπαρασταθεί έτσι: υπάρχουν πολλές διαφορετικές σχέσεις συνεπαγωγής. Ούτε το σύμβολο “ \supset ” θάπρεπε να θεωρηθεί ότι συμβολίζει κάπως όλες τις σημασίες της έκφρασης “αν-τότε”. Αυτές είναι όλες διαφορετικές, και κάθε προσπάθεια να συμβολιστούν όλες από ένα μόνο λογικό σύμβολο θα καθιστούσε αυτό το σύμβολο πολλαπλά ασαφές – τόσο ασαφές όσο η έκφραση “αν-τότε” ή η λέξη “συνεπαγωγή”. Το σύμβολο “ \supset ” είναι εντελώς ξεκάθαρο. Αυτό που αντιπροσωπεύει η έκφραση $p \supset q$ είναι η $\sim(p \cdot \sim q)$, της οποίας η σημασία περιέχεται στις σημασίες καθενός από τα διάφορα είδη συνεπαγωγών που θεωρούνται, αλλά η οποία δεν αποτελεί την πλήρη σημασία οποιουδήποτε από αυτά τα είδη.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το σύμβολο “ \supset ” αντιπροσωπεύει ένα άλλο είδος συνεπαγωγής, και θα είναι σκόπιμο να το κάνουμε, αφού βολικοί τρόποι να διαβάζουμε την $p \supset q$ είναι “αν p τότε q ” ή “ p συνεπάγεται q ”. Αλλά αυτό δεν είναι το ίδιο είδος συνεπαγωγής με οποιοδήποτε από αυτά που αναφέρθηκαν νωρίτερα. Καλείται υλική συνεπαγωγή από τους λογικούς, οι οποίοι δίνοντάς της ένα ειδικό όνομα παραδέχονται ότι είναι μια ειδική έννοια, που δεν θα έπρεπε να συγχέεται με άλλους, περισσότερο συνήθεις, τύπους συνεπαγωγής.

Δε χρειάζεται όλες οι υποθετικές δηλώσεις να βεβαιώνουν ένα από τους τέσσερις τύπους συνεπαγωγής που θεωρήσαμε προηγουμένως. Η υλική συναπαγωγή αποτελεί ένα πέμπτο τύπο που μπορεί να βεβαιωθεί σε συνηθισμένο λόγο. Ας θεωρήσουμε την παρατήρηση: “Αν ο Χίτλερ ήταν μια στρατιωτική ιδιοφυΐα, τότε είμαι θείος ενός πιθήκου.” Είναι

αρκετά σαφές ότι αυτό δεν βεβαιώνει ούτε λογική ούτε οριστική ούτε αιτιακή συνεπαγωγή. Θα έπρεπε επίσης να είναι φανερό ότι δεν μπορεί να αντιπροσωπεύει μια αποφασιστική συνεπαγωγή, αφού μετά βίας βρίσκεται στη δύναμη του ομιλητή να κάνει αληθή την επόμενη της συνεπαγωγής. Καμία “πραγματική σύνδεση”, λογική ή οριστική ή αιτιακή υπάρχει μεταξύ της ηγούμενης και της επόμενης εδώ. Μια υποθετική δήλωση αυτού του είδους συχνά χρησιμοποιείται ως μια εμφατική ή χιουμοριστική μέθοδος να αρνηθούμε την ηγούμενή της. Η επόμενη μιας τέτοιας υποθετικής δήλωσης είναι συνήθως μια δήλωση η οποία είναι προφανώς ή γελοία ψευδής. Και επειδή καμιά αληθής υποθετική δήλωση μπορεί να έχει και την ηγούμενή της αληθή και την επομένη της ψευδή, το να επιβεβαιώσουμε μια τέτοια υποθετική δήλωση ισοδυναμεί με το να αρνηθούμε ότι η ηγούμενή της είναι αληθής. Η πλήρης σημασία της παρούσας υποθετικής δήλωσης φαίνεται να είναι η άρνηση ότι η “Ο Χίτλερ ήταν μια στρατιωτική ιδιοφυΐα” είναι αληθής όταν η “Είμαι θεός ενός πιθήκου” είναι ψευδής. Και επειδή η τελευταία δήλωση είναι τόσο προφανώς ψευδής, η υποθετική δήλωση πρέπει να γίνει κατανοητό ότι αρνείται την προηγούμενη.

Καμία “πραγματική σύνδεση” μεταξύ της ηγούμενης και της επόμενης δεν προτείνεται από μια υλική συνεπαγωγή. Αυτό που βεβαιώνεται είναι ότι στην πραγματικότητα δεν ισχύει ότι η ηγούμενη είναι αληθής όταν η επόμενη είναι ψευδής. Θα έπρεπε να σημειωθεί ότι το σύμβολο της υλικής συνεπαγωγής είναι ένας αληθοσυναρτησιακός σύνδεσμος, ακριβώς όπως τα σύμβολα για τη σύζευξη και τη διάζευξη. Ως τέτοιος, ορίζεται από τον πίνακα αλήθειας:

p	q	$p \supset q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Η παραδοξότητα που συνδέεται με το σύμβολο-πέταλο “ \supset ” όπως υτό ορίζεται από το συγκεκριμένο πίνακα αλήθειας μπορεί να διαλυθεί τουλάχιστον μερικά από τις ακόλουθες σκέψεις. Επειδή ο αριθμός 2 είναι μικρότερος από τον αριθμό 4 (γεγονός που γράφεται συμβολικά ως $2 < 4$) έπεται ότι κάθε αριθμός μικρότερος από 2 είναι μικρότερος από 4. Ο υποθετικός τύπος

$$\text{Αν } x < 2 \text{ τότε } x < 4$$

είναι αληθής για οποιονδήποτε αριθμό x . Αν εστιάσουμε στους αριθμούς 1, 3 και 4, και αντικαταστήσουμε την αριθμητική μεταβλητή x στον προηγούμενο τύπο από καθένα από αυτούς με τη σειρά, μπορούμε να κάνουμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις. Στην

$$\text{Αν } 1 < 2 \text{ τότε } 1 < 4$$

και η ηγούμενη και η επόμενη είναι αληθής, και φυσικά η υποθετική δήλωση είναι αληθής. Στην

$$\text{Αν } 3 < 2 \text{ τότε } 3 < 4$$

η ηγούμενη είναι ψευδής και η επόμενη είναι αληθής, και φυσικά η υποθετική δήλωση είναι πάλι αληθής. Στην

$$\text{Αν } 4 < 2 \text{ τότε } 4 < 4$$

και η ηγούμενη και η επόμενη είναι ψευδής, αλλά η υποθετική δήλωση παραμένει αληθής. Αυτές οι τρεις περιπτώσεις αντιστοιχούν στην πρώτη, τρίτη και τέταρτη σειρά του πίνακα που ορίζει το σύμβολο-πέταλο “ \supset ”. Έτσι δεν υπάρχει τίποτε ιδιαίτερα αξιοσημείωτο ή εκπληκτικό με το γεγονός ότι μια υποθετική δήλωση θα έπρεπε να είναι αληθής όταν και η ηγούμενη και η επόμενη είναι αληθής, όταν η ηγούμενη είναι ψευδής και η επόμενη αληθής, ή όταν και η ηγούμενη και η επόμενη είναι ψευδής. Φυσικά δεν υπάρχει αριθμός που είναι μικρότερος από τον 2 αλλά όχι μικρότερος από τον 4, δηλαδή, δεν υπάρχει αληθής υποθετική δήλωση με αληθή ηγούμενη και ψευδή επόμενη: αυτό είναι ακριβώς ό,τι ορίζει ο πίνακας αλήθειας για το σύμβολο “ \supset ”.

Τώρα προτείνουμε να μεταφράσουμε οποιαδήποτε εμφάνιση της έκφρασης “αν-τότε” με το λογικό μας σύμβολο “ \supset ”. Αυτή η πρόταση σημαίνει ότι, κατά τη μετάφραση υποθετικών δηλώσεων στο συμβολισμό μας, τις μεταχειριζόμαστε όλες ως απλά υλικές συνεπαγωγές. Φυσικά πολλές, αν όχι οι περισσότερες, υποθετικές δηλώσεις βεβαιώνουν ότι ισχύει κάτι περισσότερο από απλά μια υλική συνεπαγωγή μεταξύ των ηγουμένων και των επομένων τους. Έτσι η πρότασή μας ισοδυναμεί με την πρόταση να αγνοήσουμε, ή να πετάξουμε, ή να “αφαιρέσουμε” μέρος της σημασίας μιας υποθετικής δήλωσης όταν τη μεταφράζουμε στη συμβολική μας γλώσσα. Πώς μπορεί να δικαιολογηθεί αυτή πρόταση;

Η προηγούμενη πρόταση να μεταφράσουμε και την εγκλειστική και την αποκλειστική διάζευξη μέσω του συμβόλου “ \vee ” δικαιολογήθηκε με το σκεπτικό ότι η εγκυρότητα του Διαζευκτικού Συλλογισμού διατηρήθηκε ακόμη και όταν αγνοήθηκε η πρόσθετη σημασία που συνδέεται με

το αποκλειστικό “ή”. Η τωρινή πρότασή μας να μεταφράσουμε όλες τις υποθετικές προτάσεις με χρήση απλών υλικών συνεπαγωγών που συμβολίζονται από το “⊃” πρόκειται να δικαιολογηθεί με ακριβώς τον ίδιο τρόπο. Πολλά επιχειρήματα περιέχουν υποθετικές δηλώσεις ποικίλων διαφορετικών ειδών, αλλά η εγκυρότητα όλων των έγκυρων επιχειρημάτων γενικού τύπου με τα οποία θα ασχοληθούμε διατηρείται ακόμη και όταν αγνοούνται οι πρόσθετες σημασίες των υποθετικών τους δηλώσεων. Αυτό μένει να αποδειχθεί, φυσικά, και σε αυτό θα στρέψουμε την προσοχή μας στην επόμενη ενότητα.

Οι υποθετικές δηλώσεις μπορούν να εκφραστούν με πποικίλους τρόπους. Η δήλωση

Αν αυτός έχει καλό δικηγόρο τότε θα αθωωθεί.

μπορεί εξίσου καλά να εκφραστεί χωρίς τη χρήση της λέξης “τότε”, ως εξής

Αν αυτός έχει καλό δικηγόρο θα αθωωθεί.

Η σειρά της ηγούμενης και της επόμενης μπορεί να αντιστραφεί, με την προϋπόθεση ότι η λέξη “αν” ακόμη προηγείται άμεσα της ηγούμενης, ως εξής

Θα αθωωθεί αν αυτός έχει καλό δικηγόρο.

Θα έπρεπε να είναι σαφές ότι, σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω δηλώσεις, η λέξη “αν” μπορεί να αντικατασταθεί από εκφράσεις όπως “σε περίπτωση που”, “με την προϋπόθεση ότι”, “δεδομένου ότι” ή “υπό τον όρο ότι” χωρίς αλλαγή της σημασίας. Μικρές τροποποιήσεις στη διατύπωση της ηγούμενης και της επόμενης επιτρέπουν εναλλακτικές διατυπώσεις της ίδιας υποθετικής δήλωσης, όπως η

Το ότι αυτός έχει καλό δικηγόρο συνεπάγεται ότι αυτός θα αθωωθεί.

ή

Το να έχει καλό δικηγόρο συνεπάγεται την αθώωσή του.

Μια μετατόπιση από την ενεργητική στην παθητική φωνή συνοδεύεται μια αντιστροφή διάταξης της ηγούμενης και της επόμενης για να παραχθεί η λογικά ισοδύναμη δήλωση

Η αθώωσή του έπεται από το ότι έχει καλό δικηγόρο.

Οποιαδήποτε από αυτές τις δηλώσεις συμβολίζεται ως $L \supset A$.

Οι έννοιες της αναγκαίας και επαρκούς συνθήκης οδηγούν σε άλλες διατυπώσεις υποθετικών δηλώσεων. Για κάθε καθορισμένο γεγονός υπάρχουν πολλές περιστάσεις αναγκαίες για να συμβεί το γεγονός αυτό. Έτσι, για να λειτουργήσει ένα αυτοκίνητο είναι αναγκαίο να υπάρχει καύσιμο στο τεπόζιτό του, τα μπουζί να είναι σωστά τοποθετημένα, να λειτουργεί η αντλία καυσίμου κτλ. Έτσι, αν το γεγονός συμβαίνει κάθεμιά από τις συνθήκες που είναι αναγκαίες για να συμβεί πρέπει να πληρούνται. Επομένως, το να πούμε

Το γεγονός ότι υπάρχει καύσιμο στο τεπόζιτό του είναι αναγκαία συνθήκη για να λειτουργήσει το αυτοκίνητο.

μπορεί εξίσου καλά να εκφραστεί ως

Το αυτοκίνητο λειτουργεί μόνο αν υπάρχει καύσιμο στο τεπόζιτό του.
που είναι ένας άλλος τρόπος να πούμε ότι

Αν το αυτοκίνητο λειτουργεί τότε υπάρχει καύσιμο στο τεπόζιτό του.

Οποιαδήποτε από αυτές τις δηλώσεις συμβολίζεται ως $R \supset G$, και γενικά, “ q είναι μια αναγκαία συνθήκη για την p ” και “ p μόνο αν q ” συμβολίζονται με $p \supset q$.

Δεν είναι κάθε δήλωση που περιέχει τη λέξη “ή” μια υποθετική δήλωση. Καμιά από τις ακόλουθες δηλώσεις δεν είναι υποθετική: “Υπάρχει φαγητό στο ψυγείο αν θέλεις να φας”, “Το τραπέζι σας είναι έτοιμο, αν θέλετε να έρθετε”, “Υπάρχει ένα μήνυμα για σας αν ενδιαφέρεστε”, “Η συνάντηση θα πραγματοποιηθεί ακόμη και αν δεν δοθεί άδεια.” Η παρουσία ή απουσία συγκεκριμένων λέξεων δεν είναι ποτέ καθοριστική. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να καταλαβαίνουμε τι σημαίνει μια δοθείσα πρόταση και κατόπιν να ξανα-εκφράσουμε αυτή τη σημασία με ένα συμβολικό τύπο.